BÁO CÁO SÁNG KIẾN

I. Điều kiện hoàn cảnh tạo ra sáng kiến:

Toán học là một môn khoa học rất quan trọng trong tất cả các lĩnh vực. Trong bất kì hoàn cảnh nào chúng ta cũng không thể thiếu kiến thức về toán. Nghiên cứu về toán cũng là nghiên cứu một phần của thế giới.

Toán học là một bộ môn khoa học tự nhiên mang tính trừu tượng, tính logíc cao. Cùng với sự phát triển của đất nước, sự nghiệp Giáo dục và Đào tạo cũng đổi mới không ngừng. Với vai trò là môn học công cụ, bộ môn Toán đã góp phần tạo điều kiện cho các em học sinh học tốt các môn học khác.

Với môn Hình học là môn khoa học rèn luyện cho học sinh khả năng đo đạc, tính toán, suy luận logíc, phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh. Đặc biệt là rèn luyện cho học sinh khá, giỏi nâng cao được năng lực tư duy, tính độc lập, sáng tạo linh hoạt trong cách tìm lời giải bài toán. Vì vậy bộ môn Hình học càng có ý nghĩa quan trọng. Việc bồi dưỡng học sinh khá, giỏi không đơn thuần chỉ cung cấp cho các em một số kiến thức cơ bản thông qua việc làm bài tập hoặc làm nhiều bài tập khó, hay mà giáo viên phải biết rèn luyện khả năng sáng tạo, khả năng nghiên cứu sâu bài toán, khả năng mở rộng và phát triển bài toán, khả năng đề xuất được những bài toán tương tự và những bài toán mới cho học sinh. Với bộ môn Hình học việc rèn luyện năng lực tư duy trừu tượng và phán đoán lôgíc là rất quan trọng.

Qua các năm công tác giảng dạy ở trường tôi nhận thấy việc học toán nói chung và bồi dưỡng học sinh khá, giỏi toán nói riêng, muốn học sinh rèn luyện được tư duy sáng tạo trong việc học và giải toán thì bản thân mỗi người thầy cần phải có nhiều phương pháp. Đặc biệt qua những năm giảng dạy thực tế ở trường việc có được học sinh giỏi môn Toán là một điều rất vất vả và khó khăn, tuy nhiên có nhiều nguyên nhân có cả khách quan và chủ quan. Song đòi hỏi người thầy cần phải tìm tòi nghiên cứu tìm ra nhiều phương pháp và cách giải qua một bài toán để từ đó rèn luyện cho học sinh năng lực hoạt động tư duy sáng tạo. Với mỗi bài toán, tìm ra được lời giải là một niềm vui. Sẽ thú vị hơn nhiều nếu ta tìm ra được nhiều lời giải cho một bài toán, biết sử dụng kết quả bài toán đã làm được để giải quyết các bài toán khác và hình thành nên được nhiều bài toán mới từ bài toán ban đầu. Hãy có nhiều suy nghĩ và cách tiếp cận khác nhau với mỗi đề toán, chúng ta sẽ tìm được nhiều lời giải hay hơn và xây dựng nên nhiều bài toán tương tự, nhiều bài toán mới rất thú vị. Vì vậy tôi chọn sáng kiến kinh nghiệm:

"Rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh qua việc tìm các cách giải khác nhau và phát triển bài toán hình học lớp 9"

Với mục đích thứ nhất là rèn luyện khả năng sáng tạo Toán học, trước mỗi bài tập tôi thường gợi ý và hướng dẫn cho học sinh nhiều cách giải. Trên cơ sở đó học sinh tự tìm ra cách giải hợp lý nhất. Phát hiện ra được cách giải tương tự và khái quát phương pháp đường lối chung. Trên cơ sở đó với mỗi bài toán cụ thể các em có thể khái quát hoá thành bài toán tổng quát và xây dựng các bài toán tương tự. Biết sử dụng kết quả bài toán đã làm được vào giải quyết các bài toán khác. Biết phát biểu bài toán tương tự và biết mở rộng, phát triển bài toán.

Điều mong muốn thứ hai đó là mong muốn rèn luyện khả năng sáng tạo toán cho học sinh sao cho mọi lúc, mọi nơi các em có thể tự phát huy năng lực độc lập, sáng tạo của mình.

II. Mô tả giải pháp kỹ thuật:

II.1. Mô tả giải pháp kỹ thuật trước khi tạo ra sáng kiến:

- Trước khi áp dụng sáng kiến **"Rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh qua việc tìm các cách giải khác nhau và phát triển bài toán hình học lớp 9 "** tôi thường chỉ chú trọng cho học sinh giải các bài tập một cách đơn lẻ, chưa chú trọng đến việc khích lệ học sinh tìm các cách giải khác nhau cho một bài toán, chưa có nhiều sự mở rộng và liên hệ giữa các bài tập với nhau.

- Chưa quan tâm nhiều đến việc mở rộng và phát triển bài toán, chưa tạo ra được nhiều tình huống có vấn đề, chưa tạo ra được nhiều hứng thú trong học tập cho học sinh.

II.2. Mô tả giải pháp kỹ thuật sau khi có sáng kiến:

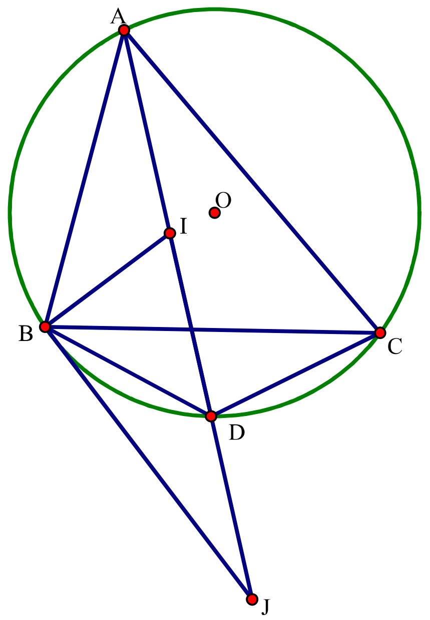
1. Giải pháp thực hiện:

- Hình thành các tình huống có vấn đề liên quan đến các cách giải cho một bài toán.

$$IBD = IBC + CBD = \frac{1}{2}ABC + CBD = \frac{1}{2}ABC + DAC = \frac{1}{2}\left(ABC + BAC\right)$$

Suy ra $BID = IBD$. Suy ra ΔDBI cân tại D
Suy ra $DB = DI$. Mà $DB = DC$ (cmt)
Suy ra $DI = DB = DC$

- Ở bài toán 1:



Nếu gọi J đối xứng với I qua D thì $DI = DJ = \frac{1}{2}$IJ

Theo kết quả bài toán 1 ta có DB = DI

Suy ra $DB = DI = DJ = \frac{1}{2}$IJ

Suy ra BD là trung tuyến của ΔBIJ

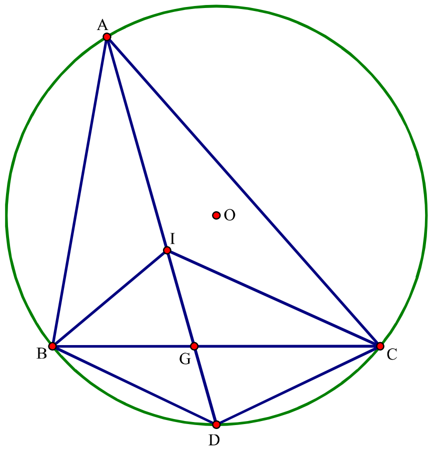
Xét ΔBIJ có BD là trung tuyến bằng $\frac{1}{2}$ cạnh đối diện IJ

Suy ra ΔBIJ vuông tại B
Do đó ở bài toán 1 ta có thể hỏi thêm câu b) như sau:

b) Gọi J đối xứng với I qua D. Chứng minh rằng: ΔBIJ vuông

- Khi ΔBIJ vuông tại B thì cũng suy ra được JB là phân giác ngoài tại đỉnh B của ΔABC. Suy ra J là tâm đường tròn bàng tiếp trong A của ΔABC.
Do đó ta có thể thay câu b bằng câu hỏi khác như sau: Gọi J đối xứng với I qua D. Chứng minh rằng J là tâm đường tròn bàng tiếp trong A của ΔABC.

- Ở bài toán 1: Gọi G là giao điểm của BC và AD.



Ta dễ dàng chứng minh được ΔABG đồng dạng với ΔADC.

Suy ra $\frac{AB}{AD}=\frac{AG}{AC}$. Suy ra $AB.AC=AD.AG$

Ta cũng dễ dàng chứng minh được ΔAGB đồng dạng với ΔCGD

Suy ra $\frac{AG}{CG}=\frac{GB}{GD}$. Suy ra $AG.GD=CG.GB$

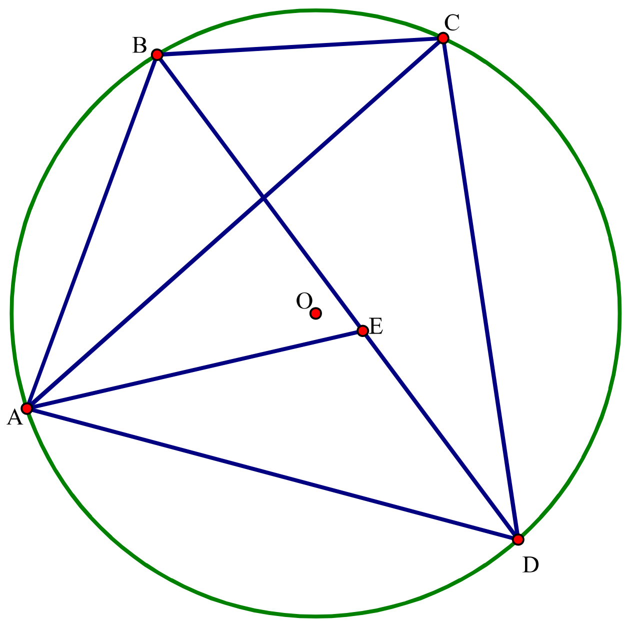
Suy ra $AB.AC-GB.GC=AG.\left(AD-GD\right)=AG^2$

Do đó ở bài toán 1 ta có thể hỏi thêm câu c) như sau:

c) Gọi G là giao điểm của AD và BC. Chứng minh rằng $AB.AC-GB.GC=AG^2$

- Ở bài toán 1: Nếu áp dụng định lí Ptolemy vào tứ giác nội tiếp $ABCD$ thì ta sẽ có kết quả thú vị:

*** Định lí Ptolemy:** Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O). Khi đó ta có AB.CD+AD.BC=AC.BD



Xét đường tròn (O), đường kính DK

Có DAK là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn

Suy ra $DAK = 90^0$

Suy ra ΔAIP vuông tại A.

Suy ra $API = 90^0 - AIP = 90^0 - \left(IAB + IBA\right) = 90^0 - \dfrac{1}{2}\left(BAC + ABC\right)$

$$= 90^0 - \frac{1}{2}\left(180^0 - ACB\right) = \frac{1}{2}ACB = BCQ$$

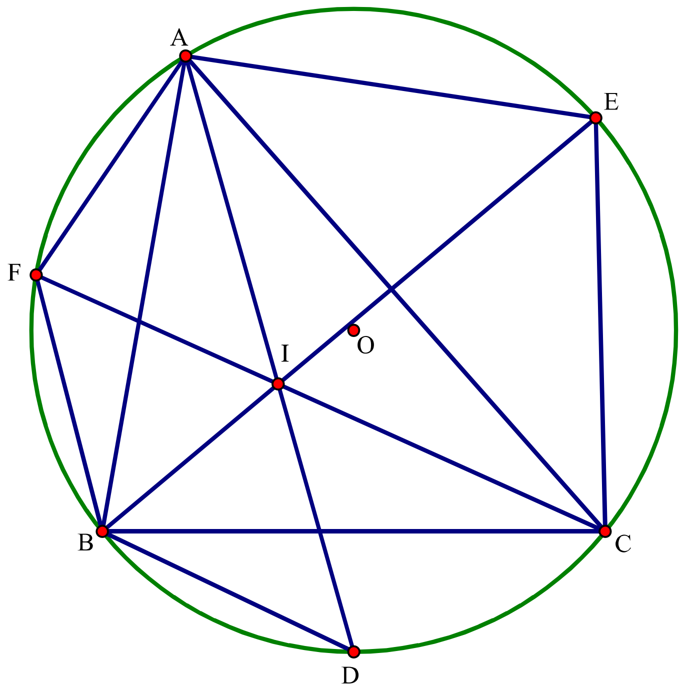
Xét tứ giác $BCPQ$ có C và P là 2 đỉnh kề nhau, cùng nhìn đoạn BQ dưới những góc bằng nhau.

Suy ra 4 điểm B, C, P, Q cùng thuộc một đường tròn.

Do đó ở bài toán 1 ta có thể hỏi thêm câu e) như sau:

e) Kẻ đường kính DK của đường tròn (O). Gọi P và Q theo thứ tự là giao điểm của đường thẳng AK với các tia BI và CI. Chứng minh 4 điểm B, C, P, Q cùng thuộc một đường tròn.

- Bài toán 1 là bài toán rất quen thuộc trong chương trình hình học lớp 9. Ở bài toán này nếu gọi E, F theo thứ tự là giao điểm của tia BI và tia CI với đường tròn (O) thì tương tự ta cũng chứng minh được $EA = EC = EI$ và $FA = FB = FI$



- Ta cũng dễ dàng chứng minh được D điểm chính giữa của cung BC (không chứa điểm A); E là điểm chính giữa của cung AC (không chứa điểm B); F là điểm chính giữa của cung AB (không chứa điểm C). Ngược lại nếu cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi D điểm chính giữa của các cung BC (không chứa điểm A), E là điểm chính giữa của các cung AC (không chứa điểm B); F là điểm chính giữa của các cung AB (không chứa điểm C) thì ta cũng dễ dàng chứng minh được AD, BE, CF đồng quy và điểm đồng quy đó chính là tâm được tròn nội tiếp ΔABC.

- Từ kết quả bài toán 1: $DB = DC = DI$. Suy ra D là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBIC. Từ đó ta có bài toán mới như sau
<u>Bài toán 1.1</u>. Cho ΔABC, I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác đó. Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBIC, ΔAIC, ΔAIB đều nằm trên đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

- Ở bài toán 1: Chứng minh được DB = DC = DI. Vấn đề đặt ra là ngược lại nếu cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O). Tia phân giác của BAC cắt đường tròn (O) tại D (D khác A). Lấy điểm I trên tia DA sao cho DB = DC = DI thì I có là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC hay không?

Xét đường tròn (O) có AD là phân giác của BAC (gt)

Suy ra $BAD = CAD$. Suy ra $DB = DC$

Suy ra DB = DC

Ta có $CBD = CAD$ (2 góc nội tiếp cùng chắn DC). Suy ra $BAD = CBD$

Ta có DIB là góc ngoài tại đỉnh I của ΔIAB. Suy ra $DIB = IAB + IBA$

Ta có $DBI = IBC + CBD$

Ta có DI = DB (gt)

Suy ra ΔDBI cân tại D. Suy ra $DBI = DIB$

Suy ra $IAB + IBA = IBC + CBD$

Mà $BAD = CBD$ hay $IAB = CBD$

Suy ra $IBA = IBC$. Suy ra BI là phân giác của ABC

Xét ΔABC có AD và BI là 2 phân giác cắt nhau tại I

Suy ra I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC

Từ đó ta có bài toán mới như sau:

<u>Bài toán 1.2.</u> Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Tia phân giác của BAC cắt đường tròn (O) tại D (D khác A). Lấy điểm I trên tia DA. Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC khi và chỉ khi DB = DC = DI.

- Ở bài toán 1.2. I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC khi và chỉ khi DB = DC = DI. Kết quả này được vận dụng rất nhiều trong các bài tập về đường tròn. Ở nhiều bài toán về đường tròn, nếu không để ý đến tính chất này thì sẽ rất khó khăn trong việc phân tích, tìm tòi lời giải bài toán.

Áp dụng tính chất đường phân giác trong tam giác ta có $\frac{AN}{NC}=\frac{AD}{DC}$

Tương tự $\frac{AM}{MB}=\frac{AD}{DB}$

Theo kết quả bài toán 1 ta có $DB=DC$

Suy ra $\frac{AD}{DB}=\frac{AD}{DC}$

Suy ra $\frac{AN}{NC}=\frac{AM}{MB}$

Theo định lí Ta lét đảo suy ra $MN//BC$

*** Để chứng minh MN // BC ta có thể làm cách khác như sau:**

Theo kết quả bài toán 1 ta có $DC=DI$

Suy ra ΔDCI cân tại D

Dễ dàng chứng minh được DE là phân giác của IDC

Nên suy ra DE đồng thời là đường trung trực của đoạn CI

Mà N thuộc DE

Suy ra $NI=NC$

Suy ra ΔNCI cân tại N

Suy ra $NIC=NCI$

Mà $NCI=ICB$

Suy ra $NIC=ICB$

Suy ra $NI//BC$

Chứng minh tương tự ta được $MI//BC$

Từ đó suy ra M,I,N thẳng hàng. Suy ra $MN//BC$

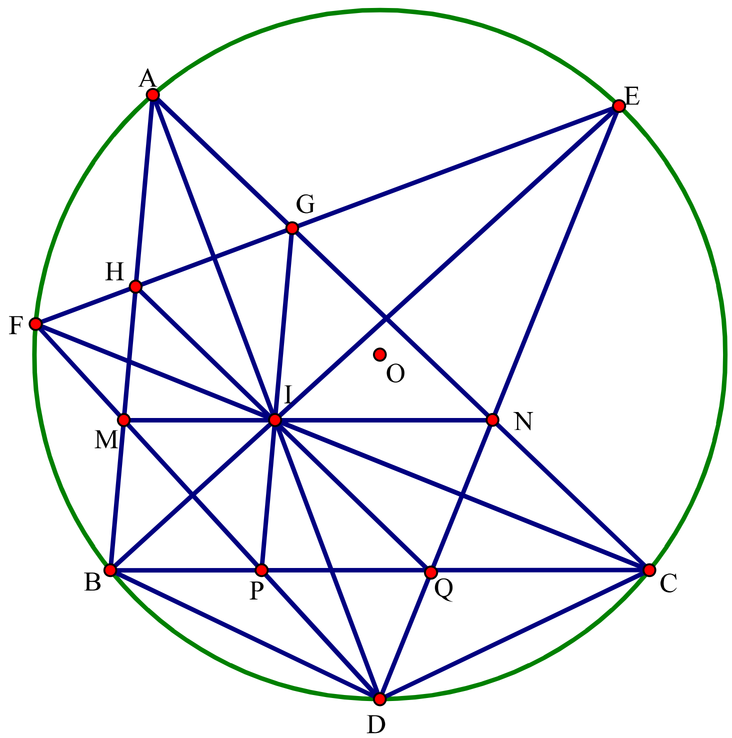
Suy ra MN đi qua tâm của đường tròn nội tiếp ΔABC

Từ đó chúng ta có các bài toán mới như sau:

<u>Bài toán 1.4.</u> Cho ΔABC, I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác đó. Các tia AI,BI,CI lần lượt cắt đường tròn (O) tại các điểm D,E,F. Gọi M là giao điểm của DF với AB, N là giao điểm của DE với AC. Chứng minh rằng $MN//BC$.

<u>Bài toán 1.5.</u> Cho ΔABC, I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác đó. Các tia AI,BI,CI lần lượt cắt đường tròn (O) tại các điểm D,E,F. Gọi M là giao điểm của DF với AB, N là giao điểm của DE với AC. Chứng minh rằng MN đi qua I.

- Theo kết quả chứng minh ở phần trên ta có MN đi qua I



- Nếu gọi P,Q theo thứ tự là giao điểm của DF,DE với BC;

H,G theo thứ tự là giao điểm của EF với AB,AC

Chứng minh tương tự ta cũng có PG đi qua I ; HQ đi qua I

Từ đó ta có bài toán mới như sau:

<u>Bài toán 1.6.</u> Cho ΔABC, I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác đó. Gọi D,E,F theo thứ tự là điểm chính giữa của các cung BC,CA,AB không chứa các đỉnh A,B,C. Cạnh BC cắt DF,DE theo thứ tự tại P,Q. Cạnh AC cắt ED,EF theo thứ tự tại N,G. Cạnh AB cắt FE,FD theo thứ tự tại H,M. Chứng minh rằng các đường chéo MN,QH,PG của lục giác $PQNGHM$ đồng quy.

- **Ở bài toán 1.6**, áp dụng định lí góc có đỉnh ở bên trong đường tròn ta cũng dễ dàng chứng minh được BP = BM; CQ = CN; AH = AG. Ngược lại nếu cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O) và I là điểm nằm trong ΔABC. Các đường thẳng AI, BI, CI cắt đường tròn (O) tương ứng tại D, E, F. Cạnh BC cắt DF,DE theo thứ tự tại P,Q. Cạnh AC cắt ED,EF theo thứ tự tại N,G. Cạnh AB cắt FE,FD theo thứ tự tại H,M Giả sử AH = AG ; BP =BM, CQ = CN thì khi đó ta cũng chứng minh được I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Từ đó ta có bài toán mới như sau :

<u>Bài toán 1.7.</u> Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O) và I là điểm nằm trong ΔABC. Các đường thẳng AI, BI, CI cắt đường tròn (O) tương ứng tại D, E, F. Cạnh BC cắt DF,DE theo thứ tự tại P,Q. Cạnh AC cắt ED,EF theo thứ tự

Từ (1) và (4) suy ra $2sđ\,AF = 2sđ\,BF$. Suy ra $AF = BF$ .Suy ra $ACF = BCF$

Suy ra CF là phân giác của ACB

Chứng minh tương tự ta được BE là phân giác của ABC

Xét ΔABC có CF và BE là 2 phân giác cắt nhau tại I

Suy ra I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC

- **Ở bài toán 1.7.** Trong trường hợp đặc biệt $BP = BM = AH = AG = CQ = CN$ thì ta dễ dàng chứng minh được AD, BE, CF là các phân giác của ΔABC

Xét ΔAHG cân tại H có AI là phân giác. Suy ra AI đồng thời là đường trung trực của đoạn HG. Suy ra $IH = IG$

Do $EA = EC$ nên $AFE = CFE$. Suy ra FE là phân giác của IFA

Xét ΔIFA có FE vừa là đường cao, vừa là phân giác nên ΔIFA cân tại F

Suy ra FE đồng thời là đường trung trực của IA. Mà $H \in FE$

Suy ra IH=HA ; $IG = GA$

Vậy $IH = HA = IG = GA$

Chứng minh tương tự ta có $IM = IP = BM = BP; IN = IQ = CN = CQ$

Mà $BP = BM = AH = AG = CQ = CN$ (gt)

Suy ra $IH = IG = IN = IQ = IP = IQ$

Suy ra 6 điểm H, G, N, Q, P, M cùng thuộc một đường tròn.

Từ đó ở bài 1.7 ta có thể hỏi thêm câu b như sau :

b) Giả sử $BP = BM = AH = AG = CQ = CN$. Chứng minh rằng 6 điểm H, G, N, Q, P, M cùng thuộc một đường tròn

- Ở bài toán 1: Kẻ đường kính DK. Gọi R, r theo thứ tự là bán kính của đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp ΔABC, P là tiếp điểm của AB với đường tròn (I), E và F là giao điểm của đường thẳng OI với đường tròn (O)