

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 50 phút, không kể thời gian phát đề

Họ tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

MÃ ĐỀ: 126**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn(3 điểm)***Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án (mỗi câu đúng 0,25 điểm)***Câu 1:** Một cấp số nhân có số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho.

- A. $q = 3$. B. $q = -3$. C. $q = 2$. D. $q = -2$.

Câu 2 : Tính tổng S gồm tất cả các giá trị m để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{khi } x < 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \text{ liên tục trên } \mathbb{R} \\ m^2x + 1 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

- A. $S = -1$. B. $S = 0$. C. $S = 1$. D. $S = 2$.

Câu 3: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 4: Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô giảm 55 triệu đồng. Tính giá còn lại của chiếc xe sau 5 năm sử dụng.

- A. 405 triệu đồng. B. 460 triệu đồng. C. 350 triệu đồng. D. 515 triệu đồng.

Câu 5: Cho hàm số $y = mx^4 - x^2 + 1$. Tập hợp các số thực m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

- A. $(-\infty; 0]$. B. $(0; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Hai mặt phẳng $(SAC), (SBD)$ cùng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa cặp đường thẳng nào sau đây?

- A. (SB, SO) . B. (SB, BD) . C. (SB, SA) . D. (SB, AB) .

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 8: Tìm hiểu thời gian xem Ti vi trong tuần trước của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian(giờ)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

Tính thời gian xem Ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này (làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 8,43 giờ. B. 8,44 giờ. C. 8,45 giờ. D. 8,46 giờ.

Câu 9: Giá đỡ ba chân đang được mở sao cho ba góc chân cách đều nhau một khoảng cách bằng 100cm. Tính chiều cao của giá đỡ, biết các chân của giá đỡ dài 120cm.



- A. $10 \frac{\sqrt{249}}{3} \text{ cm}$. B. $10 \sqrt{\frac{249}{3}} \text{ cm}$. C. $20 \sqrt{\frac{249}{3}} \text{ cm}$. D. $20 \frac{\sqrt{249}}{3} \text{ cm}$.

Câu 10 : Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác SAB . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $SA \perp BC$. B. $AH \perp BC$. C. $AH \perp AC$. D. $AH \perp SC$.

Câu 11: Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$. Số cách chọn ra 5 chữ số từ tập A sao cho có ít nhất 2 chữ số chẵn là

- A. $C_3^2 \cdot C_5^3 \cdot 5! + C_3^3 \cdot C_5^2 \cdot 5!$ B. $C_3^2 \cdot C_5^3 + C_3^3 \cdot C_5^2$ C. $C_3^2 \cdot C_5^3 \cdot C_3^3 \cdot C_5^2 \cdot 5!$ D. $C_3^2 \cdot C_5^3 \cdot C_3^3 \cdot C_5^2$

Câu 12: Một miếng pho mát có dạng khối lăng trụ đứng với chiều cao 10 cm và đáy là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng 12 cm. Tính khối lượng của miếng pho mát theo đơn vị gam, biết khối lượng riêng của loại pho mát đó là 3 g/cm^3 .

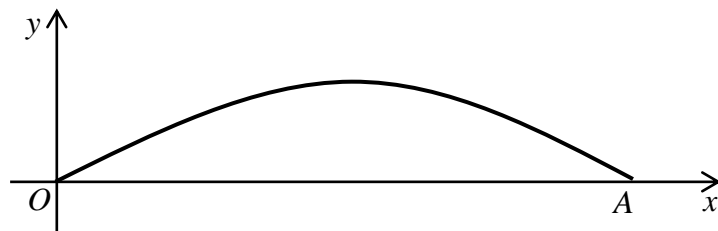
- A. 2106g . B. 240g . C. 720g . D. 2160g .

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

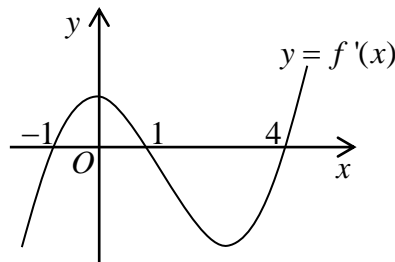
Câu 1: Một cây cầu có dạng cung OA của đồ thị hàm số $y = 4,8 \cdot \sin \frac{x}{9}$ và được mô tả trong hệ trục tọa độ

với đơn vị trục là mét như ở hình sau. Giả sử chiều rộng của con sông là độ dài đoạn thẳng OA , khi đó



- a) Khoảng cách lớn nhất từ mực nước sông đến cầu là $y = 4,8m$.
- b) Chiều rộng của con sông là $28,3m$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).
- c) Một sà lan chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với độ cao $2,4m$ so với mực nước sông sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Chiều rộng của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn $19,5m$.
- d) Một sà lan khác cũng chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với chiều rộng của khối hàng hóa đó là $9m$ sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Chiều cao của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn $4,2m$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R , đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



- a) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.
- b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ là $f(1)$.
- d) Nếu $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn thì $f(2) > f(0)$.

Câu 3: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi M là trung điểm của SA . Biết mặt phẳng (MCD) vuông góc với mặt phẳng (SAB) .

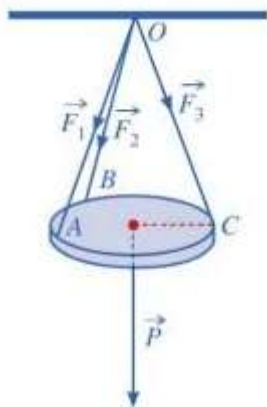
- a) Gọi N là trung điểm của SB thì $N \in (MCD)$.
- b) Gọi E là trung điểm của MN thì $SE \perp MN$
- c) Gọi F là trung điểm của CD thì $MN \perp (SEF)$
- d) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$

Câu 4: Cô giáo cho 5 bạn học sinh giỏi bốc thăm nhận thưởng, lần lượt từng bạn bốc thăm rồi để lại lá thăm vào hộp. Trong hộp có 12 lá thăm gồm 5 lá thăm với phần thưởng là 5 chiếc bút và 7 lá thăm với phần thưởng là 5 quyển vở.

- a) Mỗi bạn đều có 12 lựa chọn lá thăm.
- b) Xác suất để một bạn bốc được phần thưởng 5 quyển vở là $\frac{5}{12}$
- c) Xác suất để có đúng 3 bạn bốc được phần thưởng 5 chiếc bút là $3 \cdot \left(\frac{5}{12}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{12}\right)^2$.
- d) Xác suất để số bạn bốc được phần thưởng 5 quyển vở nhiều hơn bằng 0,456.
(Làm tròn đến hàng phần nghìn).

Phần 3. Trả lời ngắn (1 điểm)

Câu 1 (0,5 điểm). Một tấm gỗ tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên tấm gỗ tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 10(N)$ (xem hình vẽ).



Tính trọng lượng P của tấm gỗ tròn đó (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 2 (0,5 điểm). Mùa hè năm 2024, để chuẩn bị cho “học kì quân đội” dành cho các bạn nhỏ, một đơn vị bộ đội chuẩn bị thực phẩm cho các bạn nhỏ, dự kiến đủ dùng trong 30 ngày (*năng suất ăn của mỗi ngày là như nhau*). Nhưng bắt đầu từ ngày thứ 11, do số lượng thành viên tham gia tăng lên, nên lượng tiêu thụ thực phẩm tăng lên 10% mỗi ngày (*ngày sau tăng 10% so với ngày trước đó*). Hỏi thực tế lượng thức ăn đó đủ dùng cho bao nhiêu ngày?

...Hết...

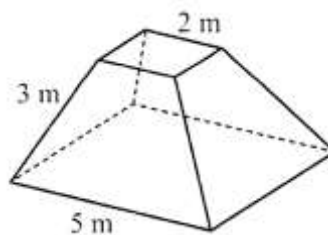
Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 100 phút, không kể thời gian phát đề

Họ tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Câu 1(2,5 điểm). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0	+

Hàm số $y = -2f(x) + 2024$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ và $(c;d)$. Tìm $a + b + c + d$.**Câu 2**(2,5 điểm). Một trang trại mỗi ngày thu hoạch được một tấn rau. Mỗi ngày, nếu bán rau với giá 30.000 đồng/kg thì hết sạch rau, nếu giá bán cứ tăng thêm 1000 đồng/kg thì số rau thừa lại tăng thêm 20 kg. Số rau thừa này được thu mua làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg. Hỏi số tiền bán rau nhiều nhất mà trang trại có thể thu lời một ngày là bao nhiêu.**Câu 3**(2 điểm). Ba cầu thủ sút phạt đền 11m, mỗi người đá một lần với xác suất ghi bàn tương ứng là x , y và $0,6$ (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.**Câu 4**(3 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$, tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy.1. Chứng minh rằng: $SA \perp (SBC)$.2. Biết góc giữa SD và mặt phẳng (SAB) bằng 60° . Tính khoảng cách từ điểm C đến (SBD) .**Câu 5**(2 điểm). Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều (hình minh họa sau). Cạnh đáy dưới dài $5m$, cạnh đáy trên dài $2m$, cạnh bên dài $3m$. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1470000 đồng/ m^3 . Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp theo đơn vị đồng (làm tròn kết quả đến hàng nghìn).

...Hết...

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn(3 điểm)

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án (mỗi câu đúng 0,25 điểm)

Câu 1: Một cấp số nhân có số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho.

- A.** $q = 3$. **B.** $q = -3$. **C.** $q = 2$. **D.** $q = -2$.

Câu 2 : Tính tổng S gồm tất cả các giá trị m để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{khi } x < 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \\ m^2x + 1 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} .

- A.** $S = -1$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = 1$. **D.** $S = 2$.

Câu 3: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 4: Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô giảm 55 triệu đồng. Tính giá còn lại của chiếc xe sau 5 năm sử dụng.

- A.** 405 triệu đồng. **B.** 460 triệu đồng. **C.** 350 triệu đồng. **D.** 515 triệu đồng.

Câu 5: Cho hàm số $y = mx^4 - x^2 + 1$. Tập hợp các số thực m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

- A.** $(-\infty; 0]$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $[0; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 0)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Hai mặt phẳng $(SAC), (SBD)$ cùng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa cặp đường thẳng nào sau đây?

- A.** (SB, SO) . **B.** (SB, BD) . **C.** (SB, SA) . **D.** (SB, AB) .

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng

- A.** 30° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 90° .

Câu 8: Tìm hiểu thời gian xem Ti vi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian(giờ)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

Tính thời gian xem Ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này (làm tròn đến hàng phần trăm)

- A.** 8,43 giờ. **B.** 8,44 giờ. **C.** 8,45 giờ. **D.** 8,46 giờ.

Câu 9: Giá đỡ ba chân đang được mở sao cho ba gốc chân cách đều nhau một khoảng cách bằng 100cm. Tính chiều cao của giá đỡ, biết các chân của giá đỡ dài 120cm.



- A. $10\frac{\sqrt{249}}{3}cm$. B. $10\sqrt{\frac{249}{3}}cm$. C. $20\sqrt{\frac{249}{3}}cm$. D. $20\frac{\sqrt{249}}{3}cm$.

Câu 10 : Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác SAB . Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. $SA \perp BC$. B. $AH \perp BC$. C. $AH \perp AC$. D. $AH \perp SC$.

Câu 11: Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$. Số cách chọn ra 5 chữ số từ tập A sao cho có ít nhất 2 chữ số chẵn là

- A. $C_3^2 \cdot C_5^3 \cdot 5! + C_3^3 \cdot C_5^2 \cdot 5!$ B. $C_3^2 \cdot C_5^3 + C_3^3 \cdot C_5^2$
 C. $C_3^2 \cdot C_5^3 \cdot C_3 \cdot C_5^2 \cdot 5!$ D. $C_3^2 \cdot C_5^3 \cdot C_3 \cdot C_5^2$

Câu 12: Một miếng pho mát có dạng khối lăng trụ đứng với chiều cao 10 cm và đáy là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng 12 cm . Tính khối lượng của miếng pho mát theo đơn vị gam , biết khối lượng riêng của loại pho mát đó là 3 g/cm^3 .

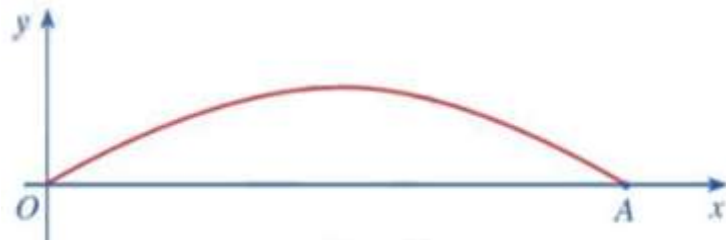
- A. $2106g$. B. $240g$. C. $720g$. D. $2160g$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một cây cầu có dạng cung OA của đồ thị hàm số $y = 4,8 \cdot \sin \frac{x}{9}$ và được mô tả trong hệ trục tọa độ

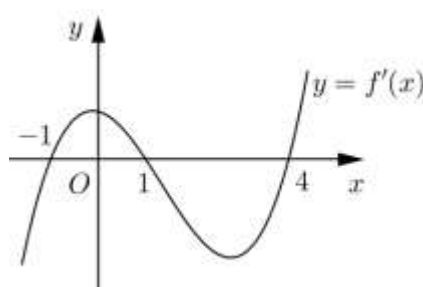
với đơn vị trục là mét như ở hình sau. Giả sử chiều rộng của con sông là độ dài đoạn thẳng OA , khi đó



- a) Khoảng cách lớn nhất từ mực nước sông đến cầu là $y = 4,8m$.
- b) Chiều rộng của con sông là $28,3m$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).
- c) Một sà lan chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với độ cao $2,4m$ so với mực nước sông sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Chiều rộng của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn $19,5m$.
- d) Một sà lan khác cũng chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với chiều rộng của khối hàng hóa đó là $9m$ sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Chiều cao của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn $4,2m$.

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R , đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



- b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.
- c) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ là $f(1)$.
- e) Nếu $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn thì $f(2) > f(0)$.

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

Câu 3: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi M là trung điểm của SA . Biết mặt phẳng (MCD) vuông góc với mặt phẳng (SAB) .

- e) Gọi N là trung điểm của SB thì $N \in (MCD)$.
- f) Gọi E là trung điểm của MN thì $SE \perp MN$
- g) Gọi F là trung điểm của CD thì $MN \perp (SEF)$
- h) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

Câu 4: Cô giáo cho 5 bạn học sinh giỏi bốc thăm nhận thưởng, lần lượt từng bạn bốc thăm rồi để lại lá thăm vào hộp. Trong hộp có 12 lá thăm gồm 5 lá thăm với phần thưởng là 5 chiếc bút và 7 lá thăm với phần thưởng là 5 quyển vở.

- e) Mỗi bạn đều có 12 lựa chọn lá thăm.

f) Xác suất để một bạn bốc được phần thưởng 5 quyển vở là $\frac{5}{12}$

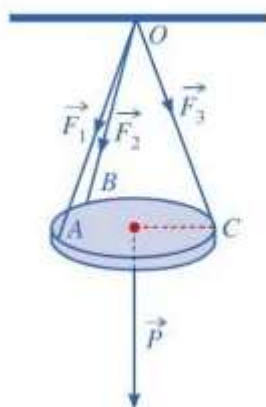
g) Xác suất để có đúng 3 bạn bốc được phần thưởng 5 chiếc bút là $3 \cdot \left(\frac{5}{12}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{12}\right)^2$.

h) Xác suất để số bạn bốc được phần thưởng 5 quyển vở nhiều hơn bằng 0,456.
(Làm tròn đến hàng phần nghìn).

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

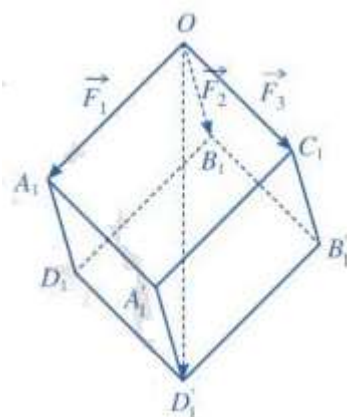
Phần 3. Trả lời ngắn (1 điểm)

Câu 1 (0,5 điểm). Một tấm gỗ tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên tấm gỗ tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 10(N)$ (xem hình vẽ).



Tính trọng lượng P của tấm gỗ tròn đó (làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải



Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm sao cho $\vec{OA}_1 = \vec{F}_1, \vec{OB}_1 = \vec{F}_2, \vec{OC}_1 = \vec{F}_3$

Lấy các điểm D_1, A'_1, B'_1, D'_1 sao cho $OA_1D_1B_1.C_1A'_1D'_1B'_1$ là hình hộp.

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\vec{OA_1} + \vec{OB_1} + \vec{OC_1} = \vec{OD_1}$

Do các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn: $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 10(N)$ nên hình hộp $OA_1D_1B_1.C_1A_1D_1B_1$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và bằng nhau. Vì thế $OA_1D_1B_1.C_1A_1D_1B_1$ là hình lập phương có độ dài cạnh bằng 10, suy ra độ dài đường chéo bằng $10\sqrt{3}$

Vì tâm gỗ tròn ở vị trí cân bằng nên: $\vec{P} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$

Suy ra trọng lượng của tấm gỗ tròn: $|\vec{P}| = |\vec{OD_1}| = 10\sqrt{3}(N) \approx 17,3(N)$

Câu 2(0,5 điểm). Mùa hè năm 2024, để chuẩn bị cho “học kì quân đội” dành cho các bạn nhỏ, một đơn vị bộ đội chuẩn bị thực phẩm cho các bạn nhỏ, dự kiến đủ dùng trong 30 ngày (*năng suất ăn của mỗi ngày là như nhau*). Nhưng bắt đầu từ ngày thứ 11, do số lượng thành viên tham gia tăng lên, nên lượng tiêu thụ thực phẩm tăng lên 10% mỗi ngày (*ngày sau tăng 10% so với ngày trước đó*). Hỏi thực tế lượng thức ăn đó đủ dùng cho bao nhiêu ngày?

Lời giải

Gọi x là số thực phẩm dự kiến dùng cho 1 ngày \Rightarrow Tổng số thực phẩm $30x$.

Số thực phẩm đã dùng trong 10 ngày đầu là $10x$.

Nhưng bắt đầu từ ngày thứ 11, do số lượng thành viên tham gia tăng lên, nên lượng tiêu thụ thực phẩm tăng lên 10% mỗi ngày.

\Rightarrow Số thực phẩm dùng trong ngày thứ n là $x(1+0,1)^n$.

Tổng số thực phẩm đã dùng sau ngày thứ n là

$$10x + x(1+0,1)^1 + \dots + x(1+0,1)^n = 10x + x \cdot \frac{(1+0,1)^{n+1} - 1}{0,1}$$

Sau n ngày dùng hết sản phẩm nếu

$$10x + x \frac{(1+0,1)^{n+1} - 1}{0,1} = 30x \Leftrightarrow \frac{(1+0,1)^{n+1} - 1}{0,1} = 20 \Leftrightarrow (1,1)^{n+1} = 3 \Leftrightarrow n+1 = \log_{1,1} 3 \Leftrightarrow n \approx 10,53.$$

Suy ra, thực tế lượng thức ăn đó đủ dùng cho $10+10 = 20$ ngày.

Phần 4. Tự luận (12 điểm)

Câu 1(2,5 điểm). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau.

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0

Hàm số $y = -2f(x) + 2024$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ và $(c;d)$. Tìm $a + b + c + d$.

Lời giải

Ta có $y' = -2f'(x)$, $y' = 0 \Leftrightarrow -2f'(x) = 0 \Leftrightarrow$ $\begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$	0,75																	
Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta có <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> </tr> </table> Từ bảng xét dấu ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$ và $(2; 4)$	x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$	y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0,75
x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$												
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$									
Nên $a + b + c + d = 3$	0,5																	

Câu 2 (2,5 điểm). Một trang trại mỗi ngày thu hoạch được một tấn rau. Mỗi ngày, nếu bán rau với giá 30.000 đồng/kg thì hết sạch rau, nếu giá bán cứ tăng thêm 1000 đồng/kg thì số rau thừa lại tăng thêm 20 kg. Số rau thừa này được thu mua làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg. Hỏi số tiền bán rau nhiều nhất mà trang trại có thể thu lời một ngày là bao nhiêu.

Lời giải

Gọi số tiền cần tăng giá mỗi kg rau là x (nghìn đồng). Vì cứ tăng giá thêm 1000 đồng/kg thì số rau thừa lại 20 kg nên tăng x (nghìn đồng) thì số rau thừa lại $20x$ kg. Do đó tổng số rau bán ra mỗi ngày là: $1000 - 20x$ kg.	0,5
Do đó lợi nhuận một ngày là: $f(x) = (1000 - 20x)(30 + x) + 20x \cdot 2$ (nghìn đồng).	0,5
Xét hàm số $f(x) = (1000 - 20x)(30 + x) + 20x \cdot 2$ trên $(0; +\infty)$. Ta có: $f(x) = -20x^2 + 440x + 30000$. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{440}{2 \cdot (-20)} = 11$	0,5
Khi đó $\max_{x \in (0; +\infty)} f(x) = f(11) = 324\,200$ (nghìn đồng).	0,5

Câu 3 (2 điểm). Ba cầu thủ sút phạt đền 11m, mỗi người đá một lần với xác suất ghi bàn tương ứng là x , y và $0,6$ (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

Lời giải

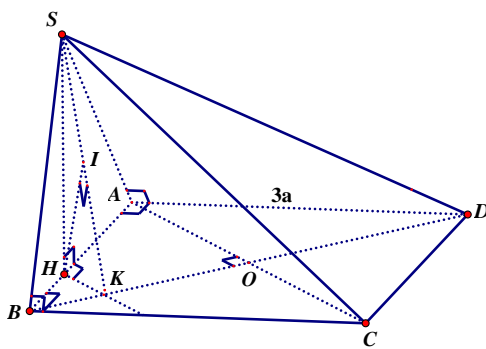
Gọi A_i là biến cố “người thứ i ghi bàn” với $i = 1, 2, 3$. Ta có các A_i độc lập với nhau và $P(A_1) = x$, $P(A_2) = y$, $P(A_3) = 0,6$. Gọi A là biến cố: “Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn” B: “Cả ba cầu thủ đều ghi bàn” C: “Có đúng hai cầu thủ ghi bàn”	0,5
Ta có: $\bar{A} = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \Rightarrow P(\bar{A}) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,4(1-x)(1-y)$	1

<p>Nên $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,4(1-x)(1-y) = 0,976$</p> <p>Suy ra $(1-x)(1-y) = \frac{3}{50} \Leftrightarrow xy - x - y = -\frac{47}{50}$ (1).</p> <p>Tương tự: $B = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$, suy ra:</p> <p>$P(B) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0,6xy = 0,336$ hay là $xy = \frac{14}{25}$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} xy = \frac{14}{25} \\ x + y = \frac{3}{2} \end{cases}$, giải hệ này kết hợp với $x > y$ ta tìm được</p> <p>$x = 0,8$ và $y = 0,7$.</p>	
<p>Ta có: $C = \bar{A}_1 A_2 A_3 + A_1 \bar{A}_2 A_3 + A_1 A_2 \bar{A}_3$</p> <p>Nên $P(C) = (1-x)y \cdot 0,6 + x(1-y) \cdot 0,6 + xy \cdot 0,4 = 0,452$.</p>	0,5

Câu 4 (3 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$, tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy.

1. Chứng minh rằng: $SA \perp SBC$.

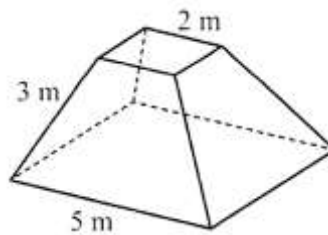
2. Biết góc giữa SD và mặt phẳng SAB bằng 60° . Tính khoảng cách từ điểm C đến (SBD) .

<p>Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$, tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy.</p> <p>1. Chứng minh rằng: $SA \perp SBC$.</p>	1,0
 <p>Gọi $H \in AB : SH \perp AB \Rightarrow SH \perp ABCD \Rightarrow SH \perp BC$, mà $BC \perp AB$ nên $BC \perp SAB \Rightarrow BC \perp SA$</p>	0,5
<p>Ta lại có: $\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow SA \perp SBC$ (đpcm).</p>	0,5
<p>2. Biết góc giữa SD và mặt phẳng SAB bằng 60°. Tính khoảng cách từ điểm C đến SBD.</p>	2,0
<p>Theo 1) ta có $BC \perp SAB$.</p> <p>Do $\begin{cases} AD // BC \\ BC \perp SAB \end{cases} \Rightarrow AD \perp SAB$, do đó hình chiếu vuông góc của SD lên</p>	0,5

SAB là SA hay $ASD = 60^\circ$.	
<p>Kẻ $HK \perp BD$ và $HI \perp SK$, khi đó</p> $\begin{cases} BD \perp HK \\ BD \perp SH \end{cases} \Rightarrow BD \perp HI \text{ và } \begin{cases} HI \perp SK \\ HI \perp BD \end{cases} \Rightarrow HI \perp SBD .$ <p style="text-align: right;">$\Rightarrow d H, SBD = HI$</p>	0,5
<p>Xét tam giác vuông SAD ta có: $SA = \frac{AD}{\tan ASD} = a\sqrt{3}$ và</p> $SD = \frac{AD}{\sin ASD} = 2a\sqrt{3} .$ <p>Và $SB = \sqrt{AB^2 - SA^2} = \sqrt{9a^2 - 3a^2} = a\sqrt{6} .$ Ta tính</p> $SH = \sqrt{\frac{SA^2 \cdot SB^2}{SA^2 + SB^2}} = \sqrt{2}a \text{ và } BH = \sqrt{SB^2 - SH^2} = \sqrt{6a^2 - 2a^2} = 2a .$ <p>Vì vậy ta có tỉ lệ</p> $\frac{HK}{AO} = \frac{HB}{AB} = \frac{2}{3} \Rightarrow HK = \frac{2}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}a}{2} = \sqrt{2}a .$ <p>Khi đó $HI = \sqrt{\frac{SH^2 \cdot HK^2}{SH^2 + HK^2}} = a .$</p>	0,5
<p>Ta có $\frac{d H, SBD}{d A, SBD} = \frac{HB}{AB} = \frac{2}{3}$</p> <p>Vậy $d C, SBD = d A, SBD = \frac{3}{2} d H, SBD = \frac{3}{2} HI = \frac{3a}{2}$</p>	0,5

Câu 5(2

điểm). Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều (hình minh họa sau). Cạnh đáy dưới dài 5m, cạnh đáy trên dài 2m, cạnh bên dài 3m. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1470000 đồng/m³. Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp theo đơn vị đồng (làm tròn kết quả đến hàng nghìn).



<p>Giả sử chân tháp là khối chóp cụt tứ giác đều $ABCD.MNPQ$ với $ABCD$ là hình</p>	0,5
---	-----

<p>vuông cạnh $5m$, $MNPQ$ là hình vuông cạnh $2m$, $AM = BN = CP = DQ = 3m$. Vì DQ, NB cắt nhau nên D, Q, N, B đồng phẳng. Mà $(ABCD) // (MNPQ)$ nên $NQ // BD$. Gọi I là giao điểm của MP và NQ, O là giao điểm của AC và BD. Khi đó $IO \perp (MNPQ), IO \perp (ABCD)$.</p>	
<p>Xét hình thang $QNBD$, gọi H là hình chiếu của Q trên BD, K là hình chiếu của N trên BD. Vì $IO \perp BD, QH \perp BD, NK \perp BD$ trong $(QNBD)$ nên $IO // QH // NK$. Suy ra $QH \perp (MNPQ), QH \perp (ABCD)$ nên QH bằng chiều cao của khối chóp cụt đều. Ngoài ra, ta có $QH = NK = IO$ và $QD = NB$. Suy ra $\triangle QHD = \triangle NKB$ nên ta có $HD = BK$. Bên cạnh đó, $QNKH$ là hình chữ nhật nên $QN = HK$. Từ đó ta có:</p> $HD = \frac{BD - HK}{2} = \frac{\sqrt{AD^2 + AB^2} - \sqrt{MN^2 + MQ^2}}{2}$ $= \frac{\sqrt{5^2 + 5^2} - \sqrt{2^2 + 2^2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} (m).$ <p>Xét tam giác QHD vuông tại H có:</p> $QH = \sqrt{QD^2 - HD^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} (m).$ <p>Diện tích của hai đáy là: $S_{ABCD} = AB^2 = 5^2 = 25 (m^2)$, $S_{MNPQ} = MN^2 = 2^2 = 4 (m^2)$.</p>	0,5
<p>Suy ra thể tích của khối chóp cụt đều là:</p> $V = \frac{1}{3} QH (S_{ABCD} + \sqrt{S_{ABCD} \cdot S_{MNPQ}} + S_{MNPQ})$ $= \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} (25 + \sqrt{25 \cdot 4} + 4) = \frac{39\sqrt{2}}{2} (m^3).$	0,5
<p>Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là:</p> $1470000 \cdot \frac{39\sqrt{2}}{2} \approx 40538000 \text{ (đồng)}.$	0,5

...HẾT...