SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC
PHÒNG KT&QLCL

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12 CHƯƠNG TRÌNH THPT
ĐỀ THI MÔN: TOÁN

ĐỀ MINH HỌA
(Đề thi có 5 trang)

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian giao đề./.

PHẦN I. Câu hỏi 4 lựa chọn.

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$

B. Hàm số nghịch trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{2}{3}\right)$ và $\left(\dfrac{2}{3};+\infty\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$ và đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ và $(-\infty;2)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;2), B(-2;1;3), C(3;2;4)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G\left(\dfrac{2}{3};1;3\right)$. **B.** $G(2;3;9)$. **C.** $G(-6;0;24)$. **D.** $G\left(2;\dfrac{1}{3};3\right)$.

Câu 4. Tìm giới hạn $y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$.

A. $y=-3$. **B.** $y=\dfrac{3}{2}$. **C.** $y=4$. **D.** $y=-2$.

Câu 5. Số giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2-(1-2m)x+m^{2024}+2025$ có cực trị là

A. 20. **B.** 21. **C.** 10. **D.** 9.

Câu 6. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ là

A. -3. **B.** 1. **C.** -2. **D.** 0.

Câu 7. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-3}{x-2m+6}$ nhận trục tung là tiệm cận đứng.

A. $m=3$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

Câu 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho 2 vectơ $\vec{a}=(1;\log_3 5;m)$ và $\vec{b}=(3;\log_5 3;4)$. Tìm m để $\vec{a}\perp\vec{b}$.

A. -1. **B.** 1. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $-\dfrac{3}{4}$.

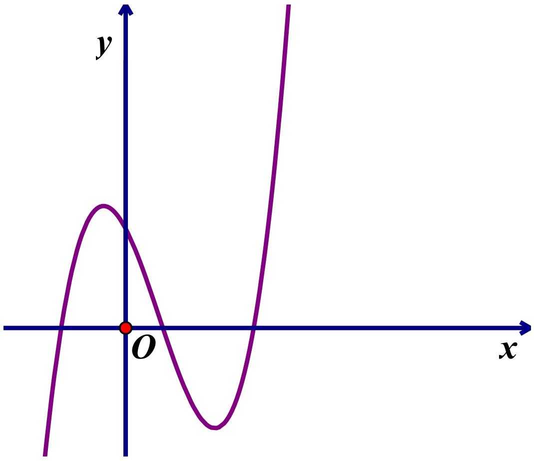
Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên đoạn $\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\sqrt{3}$		-1		1		$\sqrt{5}$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$2\sqrt{5}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\min\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5})} y = 0$. **B.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5})} y = 2\sqrt{5}$. **C.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5})} y = 2$. **D.** $\min\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5})} y = -2$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Trong 4 số a, b, c, d có bao nhiêu số âm?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho 3 điểm $A(1;2;-1)$; $B(2;-1;3)$; $C(-4;7;5)$. Gọi điểm $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong góc $\widehat{ABC}$. Tính $a+b+c$.

A. 4. **B.** $\dfrac{22}{3}$. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 12. Cho tam giác ABC có $AB = 2$; $AC = 3$; $\widehat{BAC} = 60^0$. Tính độ dài đường phân giác trong góc A của tam giác ABC.

A. $\dfrac{12}{5}$. **B.** $\dfrac{6\sqrt{2}}{5}$. **C.** $\dfrac{6\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\dfrac{6}{5}$.

Câu 13. Thống kê điểm kiểm tra giữa kì của lớp 12A ta được mẫu số liệu sau:

Điểm	$[0;5)$	$[5;6,5)$	$[6,5;8)$	$[8;9)$	$[9;10]$
Số học sinh	3	14	20	7	1

Tìm tứ phân vị thứ 3 của mẫu số liệu đã cho (*làm tròn đến hàng phần trăm*).

A. $7,76$. **B.** $6,91$. **C.** $6,07$. **D.** $7,54$.

Câu 14. Phỏng vấn 30 học sinh lớp 11A về môn thể thao yêu thích thu được kết quả: Có 19 bạn thích môn Bóng đá, 17 bạn thích môn Bóng bàn và 15 bạn thích cả hai môn đó. Chọn ngẫu nhiên một học sinh đã phỏng vấn. Tính xác suất để chọn được học sinh thích ít nhất một trong hai môn Bóng đá hoặc Bóng bàn.

A. 0,7. **B.** 0,5. **C.** 0,6. **D.** 0,3.

Câu 15. Cho tập hợp $A = (-\infty;0)$ và $B = \{x \in \mathbb{R} : mx^2 - 4x + m - 3 = 0\}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để tập hợp B có đúng hai tập con và $B \subset A$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

PHẦN II. Câu hỏi 2 lựa chọn.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=22x^3-12x^2-1944x+2024$.

a) Hàm số đồng biến trên $(7;+\infty)$.

b) Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị thuộc hai nửa mặt phẳng khác nhau bờ là trục hoành.

c) Hàm số không đạt giá trị nhỏ nhất trên $(2;+\infty)$.

d) Hàm số $f(|x|-10)$ có ba điểm cực trị.

Câu 2. Trong 200g dung dịch muối nồng độ 15%, giả sử thêm vào dung dịch *x* (gam) muối tinh khiết và được dung dich có nồng độ $f(x)$ %.

a) Hàm số $f(x)=\dfrac{100(x+200)}{x+30}$.

b) Đạo hàm của $f(x)$ luôn nhận giá trị âm trên $(0;+\infty)$.

c) Khi thêm 140 (gam) thì nồng độ là 50%.

d) Khi x tăng ra vô hạn thì nồng độ tăng nhưng không vượt quá 100.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$.

a) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=x-2$.

b) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(a;b)$ với $a^2+b=12$.

c) Gọi *I* là giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x=2$ cắt hai đường tiệm cận tại A,B. Diện tích tam giác IAB bằng 12.

d) Có tất cả 9 giá trị nguyên của tham số *m* để phương trình $\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}=m$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1<2<x_2<15$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;0),B(-1;0;1),C(1;-2;3)$.

a) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành với $D(3;-1;2)$.

b) Độ dài đoạn thẳng AB bằng $\sqrt{6}$.

c) Biết điểm E thuộc trục Oy và tam giác BCE vuông tại E, điểm E có toạ độ là $(0;-6;0)$.

d) Điểm M là điểm nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $MA=2MB$ thì độ dài OM bằng $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 5. Một người lao động tự do, bắt đầu đi làm từ khi đủ 18 tuổi. Mỗi tháng người đó gửi một số tiền cố định vào ngân hàng theo thể thức lãi kép, với lãi suất là 0,5%/tháng (lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình gửi). Các kết quả tính toán làm tròn đến hàng triệu.

a) Nếu mỗi tháng người đó gửi số tiền cố định 3 triệu đồng thì tính đến năm đủ 62 tuổi (sau 528 lần gửi), người đó đã gửi vào ngân hàng số tiền là một tỉ năm trăm tám mươi tư triệu đồng.

b) Nếu mỗi tháng người đó gửi số tiền cố định 3 triệu đồng thì sau đúng một tháng kể từ lần gửi thứ 528, trong tài khoản của người đó có khoảng bảy tỉ, bảy trăm năm mươi ba triệu đồng.

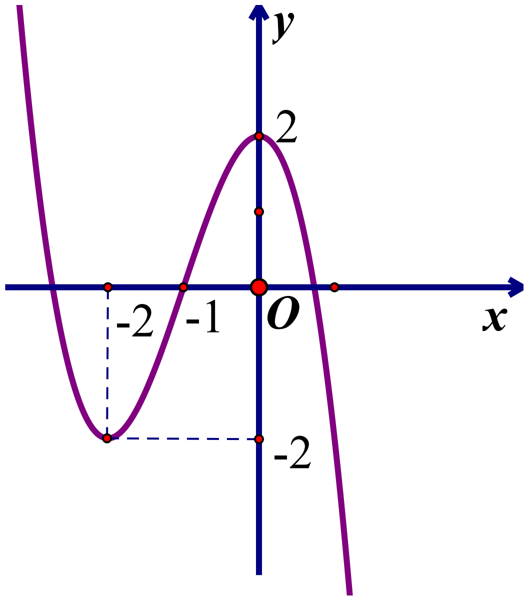
c) Nếu mỗi tháng người đó gửi số tiền cố định 2 triệu đồng cho đến năm 62 tuổi thì người đó không gửi nữa. Sau đúng một tháng kể từ lần gửi thứ 528, mỗi tháng người đó rút ra 30 triệu đồng. Đến năm đủ 80 tuổi (sau 216 lần rút), trong tài khoản của người đó còn khoảng ba tỉ năm trăm năm mươi tám triệu đồng.

d) Nếu mỗi tháng người đó gửi số tiền cố định 2 triệu đồng cho đến năm 62 tuổi thì người đó không gửi nữa. Sau đúng một tháng kể từ lần gửi thứ 528, mỗi tháng người đó rút ra 28 805 000. Đến năm tròn 100 tuổi (sau 456 lần rút) thì trong tài khoản của người đó còn chưa đầy một triệu đồng.

PHẦN III. Câu hỏi điền đáp số.

Câu 1. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$ là $(a;b]$. Tính $T=50a+1002b$?

Câu 2. Cho đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ như hình vẽ bên.



Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{x^2+2x}{f(x)+2}$ là bao nhiêu?

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=(m-1)x^3-5x^2+(m+3)x+3$ (m là tham số). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị ?

Câu 4. Cho các hàm số $f(x)=x^2-4x+6,\quad g(x)=\ln\left(f^2(x)-2f(x)\right)+2f^2(x)-mf(x)-1$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

Câu 5. Người ta muốn xây một chiếc bể chứa nước có hình dạng là một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\dfrac{500}{3}m^3$. Biết đáy hồ là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và giá thuê thợ xây là 100.000 đồng/m^2. Khi đó chi phí thuê nhân công thấp nhất là bao nhiêu ***triệu đồng***?

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có đỉnh $A'\left(\sqrt{3};-1;1\right)$; Hai đỉnh B, C thuộc trục Oz và $AA'=1$ (C không trùng với O). Biết vectơ $\vec{u}=(a;b;2)$ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{A'C}$. Tính $T=a^2+b^2$.

Câu 7. Có bao nhiêu số nguyên a, sao cho ứng với mỗi số a đó tồn tại ít nhất 4 số nguyên $b \in (-12;12)$ thỏa mãn $4^{a^4+b} \le 3^{a^3+b} + 256$?

Câu 8. Trong không gian hệ tọa độ *Oxyz* cho bốn điểm $A(-1;1;6)$; $B(-3;-2;-4)$; $C(1;2;-1)$ và $D(2;-2;0)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc đường thẳng *CD* sao cho tam giác *ABM* có chu vi nhỏ nhất. Tính $S = a + b + c.$

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = 1$; $\widehat{BAC} = 60°$; $\widehat{BAD} = 90°$; $\widehat{DAC} = 120°$**.** Tính côsin của góc tạo bởi hai đường thẳng AG và CD, trong đó G là trọng tâm tam giác $BCD.$

(*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Câu 10. Một đoàn tình nguyện đến một trường tiểu học miền núi để trao tặng cho 100 em học sinh nghèo học giỏi. Đoàn tình nguyện có 70 chiếc áo mùa đông, 90 thùng sữa tươi và 40 chiếc cặp sách được chia thành 100 suất quà (mỗi suất quà gồm 2 món quà: một chiếc áo và một thùng sữa tươi hoặc một chiếc áo và một cặp sách, hoặc một thùng sữa tươi và một cặp sách). Tất cả các suất quà đều có giá trị tương đương nhau. Trong số các em được nhận quà có hai em Việt và Nam. Gọi P là xác suất để hai em Việt và Nam nhận được suất quà giống nhau. Tính $11000P$.

----- HẾT -----

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC
PHÒNG KT&QLCL

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12 CHƯƠNG TRÌNH THPT
ĐÁP ÁN MINH HỌA MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian giao đề./.

PHẦN I. Câu hỏi 4 lựa chọn.

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x-2}$. Hàm số đã cho:

A. Đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$

B. Nghịch trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{2}{3}\right)$ và $\left(\dfrac{2}{3};+\infty\right)$.

C. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$ và đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ và $(-\infty;2)$.

Lời giải

ĐK $x\neq 2$

Ta có $y'=\dfrac{-4}{(x-2)^2}<0$ với $x\neq 2$ chọn D

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;2), B(-2;1;3), C(3;2;4)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC

A. $G\left(\dfrac{2}{3};1;3\right)$. **B.** $G(2;3;9)$. **C.** $G(-6;0;24)$. **D.** $G\left(2;\dfrac{1}{3};3\right)$.

Câu 4. Tìm giới hạn $y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$.

A. $y=-3$. **B.** $y=\dfrac{3}{2}$. **C.** $y=4$. **D.** $y=-2$.

Câu 5. Số giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để hàm số

$y=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2-(1-2m)x+m^{2024}+2025$ có cực đại và cực tiểu là

A. 20. **B.** 21. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Ta có: $y'=x^2+2mx-(1-2m)$.

Để hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow \Delta'_{y'}=m^2+(1-2m)=m^2-2m+1=(m-1)^2>0\Leftrightarrow m\neq 1$.

Kết hợp $\begin{cases} m \in [-10;10] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow$ có 20 giá trị của m. **Chọn A**

Câu 6. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ là

A. -3. **B.** 1. **C.** -2. **D.** 0.

Lời giải. Đáp án B.

• Hàm số đã cho có tập xác định là $R \setminus \{-1\}$.

• Ta có: $y' = \dfrac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$ với $x \neq -1$;

• $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = -2 \,;\, x = 0.$

• Bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

• Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, giá trị cực tiểu f(0) = 1.

Câu 7. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{4x - 3}{x - 2m + 6}$ nhận trục tung là tiệm cận đứng.

A. $m = 3$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 0$.

Câu 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho 2 vectơ $\vec{a} = (1; \log_3 5; m)$ và $\vec{b} = (3; \log_5 3; 4)$. Tìm m để $\vec{a} \perp \vec{b}$.

A. -1. **B.** 1. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $-\dfrac{3}{4}$.

Lời giải:

Để $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b} = 0 \Leftrightarrow 3 + \log_3 5.\log_5 3 + 4m = 0 \Leftrightarrow 3 + 1 + 4m = 0 \Leftrightarrow m = -1.$

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $\left[-\sqrt{3}; \sqrt{5}\right]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\sqrt{3}$		-1		1		$\sqrt{5}$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$2\sqrt{5}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

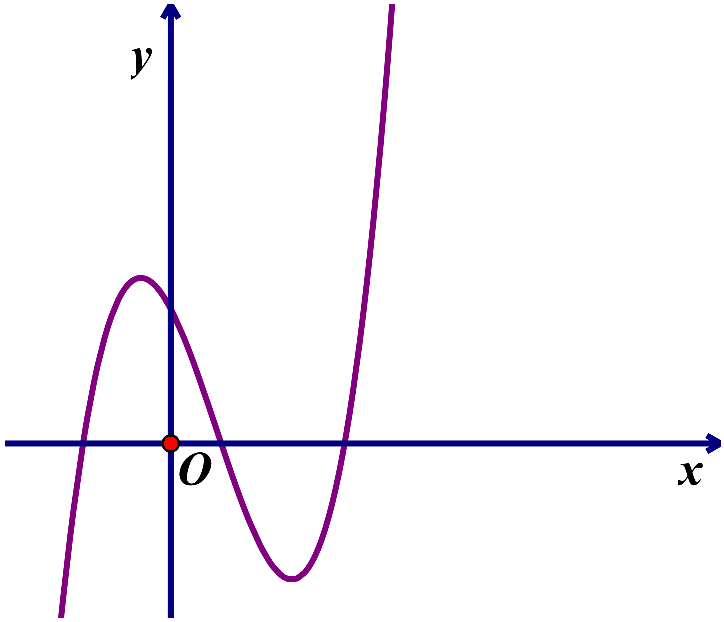
A. $\min\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right)} y = 0$. **B.** $\max\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right)} y = 2\sqrt{5}$. **C.** $\max\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right)} y = 2$. **D.** $\min\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right)} y = -2$.

Lời giải

Đáp án **D.**

Trên $\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right)$ hàm số không có giá trị lớn nhất; giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -2.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Trong 4 số a,b,c,d có bao nhiêu số âm?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 11. Trong không gian tọa độ *Oxyz*, cho 3 điểm $A(1;2;-1)$; $B(2;-1;3)$; $C(-4;7;5)$. Gọi điểm $\mathrm{D}(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong hạ từ đỉnh *B* xuống cạnh *AC*. Tính $a+b+c$.

A. 4. **B.** $\frac{22}{3}$. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải:

Ta có: $AB=\sqrt{26};\ BC=2\sqrt{26}.$

Theo tính chất đường phân giác ta có: $\frac{BA}{BC}=\frac{DA}{DC}\Leftrightarrow\frac{DA}{DC}=\frac{1}{2}.$

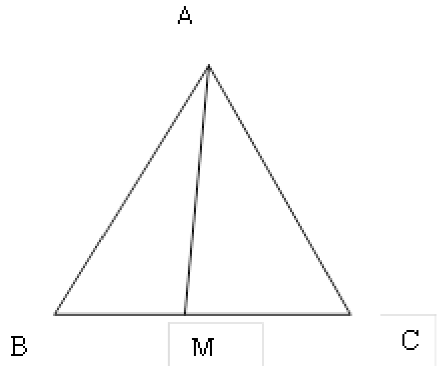
Do *D* nằm giữa 2 điểm *A* và *C* nên $\overrightarrow{DA}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}\Leftrightarrow\begin{cases}2(1-a)=a+4\\2(2-b)=b-7\\2(-1-c)=c-5\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\frac{2}{3}\\b=\frac{11}{3}\\c=1\end{cases}\Rightarrow a+b+c=4.$ **Chọn A**

Câu 12. Cho tam giác ABC có $AB=2$; $AC=3$; $\widehat{BAC}=60^0$. Tính độ dài đường phân giác trong góc A của tam giác ABC.

A. $\frac{12}{5}$. **B.** $\frac{6\sqrt{2}}{5}$. **C.** $\frac{6\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{6}{5}$.

HD. Đáp án C



Gọi M là chân đường phân giác góc#A.

Ta có $BC^2=AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos A=7\Rightarrow BC=\sqrt{7}$.

Lại có $\frac{BM}{CM}=\frac{AB}{AC}=\frac{2}{3}$. Suy ra $BM=\frac{2\sqrt{7}}{5}$.

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABM ta được:

$$AM^2=AB^2+BM^2-2AB.BM.\cos\widehat{ABC}=AB^2+BM^2-2AB.BM.\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2.AB.BC}=\frac{108}{25}.$$

$$\Rightarrow AM=\frac{6\sqrt{3}}{5}.$$

Câu 13. Thống kê điểm kiểm tra giữa kì của lớp 12A ta được mẫu số liệu sau:

Điểm	$[0;5)$	$[5;6,5)$	$[6,5;8)$	$[8;9)$	$[9;10]$
Số học sinh	3	14	20	7	1

Tìm tứ phân vị thứ 3 của mẫu số liệu đã cho (làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $7,76$. **B.** $6,91$. **C.** $6,07$. **D.** $7,54$.

Cỡ mẫu bằng 45 nên $Q_2=x_{23};Q_1=\frac{x_{11}+x_{12}}{2};Q_3=\frac{x_{34}+x_{35}}{2}\Rightarrow Q_1\in N_2;Q_2,Q_3\in N_3$.

Do đó: $Q_3=a_p+\frac{\frac{3.n}{4}-(m_1+m_2+\cdots+m_{p-1})}{m_p}(a_{p+1}-a_p)=6,5+\frac{0,75\times 45-(3+14)}{20}\times(8-6,5)\approx 7,76$.

Câu 14. Phỏng vấn 30 học sinh lớp 11A về môn thể thao yêu thích thu được kết quả có 19 bạn thích môn Bóng đá, 17 bạn thích môn Bóng bàn và 15 bạn thích cả hai môn đó. Chọn ngẫu nhiên một học sinh lớp 11A. Tính xác suất để chọn được học sinh thích ít nhất một trong hai môn Bóng đá hoặc Bóng bàn.

A. 0,7. **B.** 0,5. **C.** 0,6. **D.** 0,3.

Đáp số: Chọn A

Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn thích môn Bóng đá”; biến cố B là biến cố “Học sinh được chọn thích môn Bóng bàn”.

Biến cố “Học sinh được chọn thích cả hai môn Bóng đá và Bóng bàn” là biến cố giao của A và **B.**

Biến cố C là biến cố “Chọn được học sinh thích ít nhất một trong hai môn Bóng đá hoặc Bóng bàn” xảy ra khi và học sinh được chọn thích Bóng đá hoặc học sinh được chọn thích Bóng bàn. Do đó, C là biến cố hợp của A và **B.**

Áp dụng công thức cộng xác suất ta có:

P(C) = P(A ∪ B) = P(A) + P(B) – P(AB).

Ta cần tính: P(A), P(B), P(AB)

Không gian mẫu Ω là tập hợp học sinh lớp 11A nên n(Ω) = 30.

Tính P(A):

Biến cố A là tập hợp học sinh thích môn Bóng đá nên n(A) = 19.

Suy ra: P(A) = n(A)/n(Ω)=19/30.
Tính P(B):

Biến cố B là tập hợp học sinh thích môn Bóng bàn nên n(B) = 17.

Suy ra: P(B) = n(A)/n(Ω)=17/30 .
Tính P(AB):

Biến cố “Học sinh được chọn thích cả hai môn Bóng đá và Bóng bàn” là biến cố giao của A và B nên n(AB) = 15.

Suy ra: P(AB) = n(AB)/n(Ω)=15/30.
Vậy P(C) = P(A∪B) = P(A) + P(B) – P(AB) = 19/30+17/30−1/2=0,7 .

Câu 15. Cho tập hợp $A=(-\infty;0)$ và $B=\left\{x\in\mathbb{R}\setminus mx^2-4x+m-3=0\right\}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để tập hợp B có đúng hai tập con và $B\subset A$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** không có m thoả mãn.

HD. Đáp án **B.**

Để B có đúng hai tập con thì B phải có duy nhất một phần tử, và $B\subset A$ nên B có đúng một phần tử và phần tử đó thuộc A**.**

Tóm lại ta cần tìm m để phương trình $mx^2-4x+m-3=0$ (1) có nghiệm duy nhất và nhỏ hơn 0.

+ Với $m=0$ ta có phương trình: $-4x-3=0\Leftrightarrow x=\frac{-3}{4}$ (thỏa mãn).

+ Với $m\neq 0$: Phương trình (1) có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 0 điều kiện cần là:

$$\Delta'=4-m(m-3)=0\Leftrightarrow -m^2+3m+4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=4\end{array}\right.$$

-) Với $m=-1$ ta có phương trình $-x^2-4x-4=0$.
Phương trình có nghiệm duy nhất $x=-2$ (thỏa mãn).
-) Với $m=4$, ta có phương trình $4x^2-4x+1=0$

Phương trình có nghiệm duy nhất $x=\frac{1}{2}>0\Rightarrow m=4$ không thỏa mãn.

Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn là: 0 và -1.

PHẦN II. Câu hỏi 2 lựa chọn.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 22x^3 - 12x^2 - 1944x + 2024$.

a) Hàm số đồng biến trên $(7;+\infty)$.

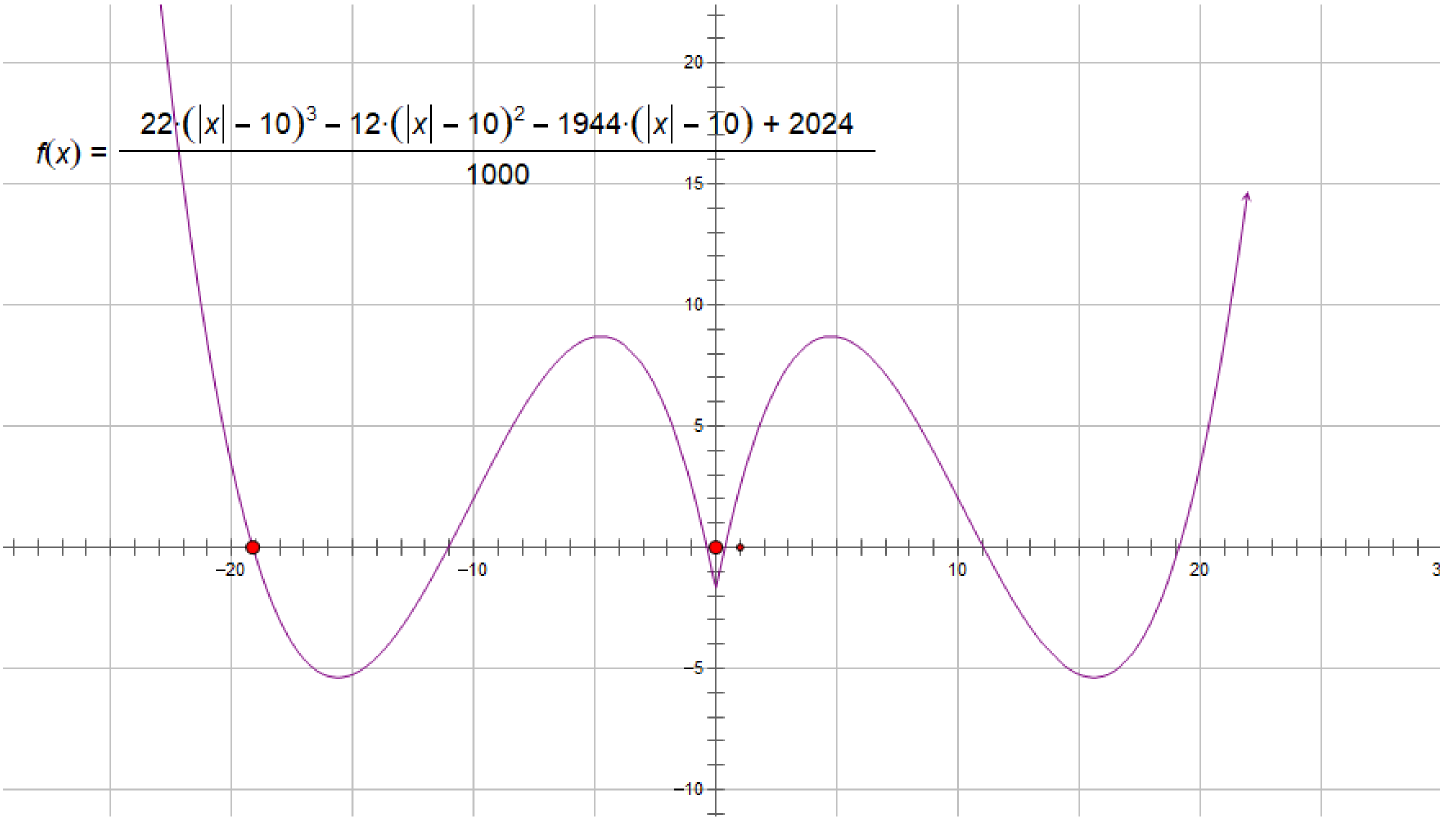
b) Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị thuộc hai nửa mặt phẳng khác nhau bờ là trục hoành.

c) Hàm số không đạt giá trị nhỏ nhất trên $(2;+\infty)$.

d) Hàm số $f(|x|-10)$ có ba điểm cực trị. (Sai, có 5 điểm cực trị)

Nhập hàm số bằng MTCT, đọc kết quả và trả lời các phần a), b), c).

Phần d) ta co đồ thị lại 1000 lần và tịnh tiến sang phải 10 đơn vị rồi lấ đối xứng qua trục tung.



Câu 2. Trong 200g dung dịch muối nồng độ 15%, giả sử thêm vào dung dịch x (gam) muối tinh khiết và được dung dich có nồng độ $f(x)$ %

a) Hàm số $f(x) = \dfrac{100(x+200)}{x+30}$

b) Đạo hàm của $f(x)$ luôn nhận giá trị âm trên $(0;+\infty)$

c) Khi thêm 140 (gam) thì nồng độ là 50%.

d) Khi x tăng ra vô hạn thì nồng độ tăng nhưng không vượt quá 100.

Lời giải:

a	b	c	d
S	**S**	**Đ**	**Đ**

Trong 200g dung dịch 15% có 30 g muối, cho x (gam) muối ta có x+30

Khi đó $f(x)=\dfrac{100(x+30)}{x+200}$ Sai

b) $f'(x)=\dfrac{17000}{(x+30)^2}>0$ Sai

c) Khi nồng độ là 50% thì $\dfrac{100(x+30)}{x+200}=50 \Leftrightarrow 2x+60=x+200 \Leftrightarrow x=140$

d) Theo b hàm số tăng nhưng $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{100(x+30)}{x+200}=100.$

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$.

a) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=x-2$.

b) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(a;b)$ với $a^2+b=12$.

c) Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x=2$ cắt hai đường tiệm cận tại A,B. Diện tích tam giác IAB bằng 12.

d) Có tất cả 9 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}=m$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1<2<x_2<15$.

HD. Đ – Đ – S - Đ

a) Tiệm cận xiên: Do $y=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}=x-2+\dfrac{4}{x-1}\Rightarrow$ TCX: y = x – 2. (Đúng)

b) Có $y'=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}; y'=0\Leftrightarrow x=-1;3.$ Điểm cực tiểu là $(3;3)\Rightarrow a^2+b=3^2+3=12.$ (Đúng)

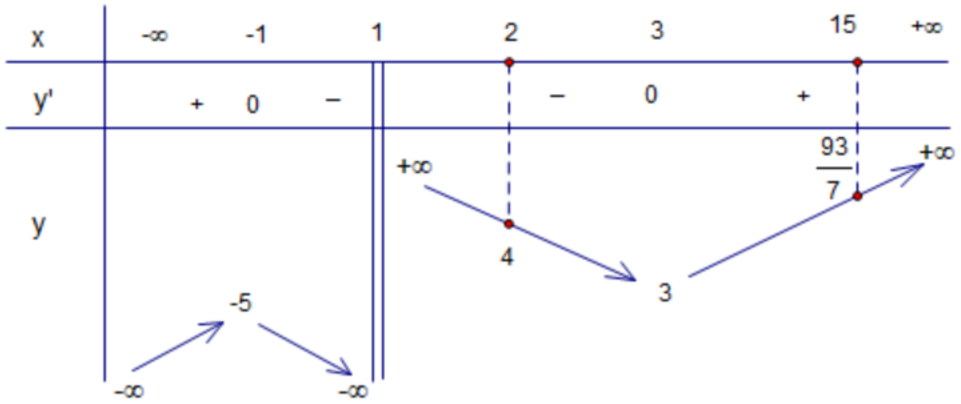
c) Tiếp điểm *M(2; 4);* điểm *I(1; -1).*

Tiếp tuyến cắt TCĐ tại *A(1;y),* cắt TCX tại *B(x; x-2).*

Tính chất: *M* là trung điểm *AB*, suy ra *x = 3; y = 7*. Vậy *A(1; 7)* và *B(3; 1).*

$S(IAB)=\dfrac{1}{2}IA.IB.\sin\widehat{AIB}=\dfrac{1}{2}.4\sqrt{2}.8.\dfrac{\sqrt{2}}{2}=16.$ (góc giữa 2 tiệm cận là 45^o) (Sai)

d) Bảng biến thiên



Từ BBT suy ra $4 < m < \frac{93}{7} \Rightarrow m = 5,6,...,13$. Vậy có 9 giá trị nguyên của m thỏa mãn. (Đúng)

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;0), B(-1;0;1), C(1;-2;3)$.

a) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi $D(3;-1;2)$.

b) Độ dài đoạn thẳng AB bằng $\sqrt{6}$.

c) Biết điểm E thuộc trục Oy và tam giác BCE vuông tại E, điểm E có toạ độ $E(0;-6;0)$.

d) Điểm M là điểm nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$ thì độ dài OM bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng Gọi $D(x;y;z)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2;-1;1), \overrightarrow{DC} = (1-x;-2-y;3-z)$

$ABCD$ là hình bình hành khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x=-2 \\ -2-y=-1 \\ 3-z=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \\ z=2 \end{cases}$. Vậy $D(3;-1;2)$.

b) Đúng Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2;-1;1) \Rightarrow AB = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{6}$

c) Sai Gọi $E(0;m;0) \in Oy$

Ta có: $\overrightarrow{EB} = (-1;-m;1), \overrightarrow{EC} = (1;-m-2;3)$

Tam giác BCE vuông tại E thì $\overrightarrow{EB}.\overrightarrow{EC} = 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 2 = 0\ (VN)$.

Vậy không có điểm E thỏa mãn.

d) Đúng Điểm M thuộc đoạn thẳng AB và $MA = 2MB$

Nên $\overrightarrow{MA}=-2\overrightarrow{MB}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}x_A-x_M=-2(x_B-x_M)\\y_A-y_M=-2(y_B-y_M)\\z_A-z_M=-2(z_B-z_M)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-x_M=-2(-1-x_M)\\1-y_M=-2(-y_M)\\-z_M=-2(1-z_M)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x_M=-1\\3y_M=1\\3z_M=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_M=\dfrac{-1}{3}\\y_M=\dfrac{1}{3}\\z_M=\dfrac{2}{3}\end{cases}$

$\Rightarrow M\left(\dfrac{-1}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

Độ dài đoạn thẳng $OM=\sqrt{\left(\dfrac{-1}{3}\right)^2+\left(\dfrac{1}{3}\right)^2+\left(\dfrac{2}{3}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 5. Một người lao động tự do, bắt đầu đi làm từ khi đủ 18 tuổi. Mỗi tháng người đó gửi một số tiền cố định vào ngân hàng, với lãi suất là 0,5%/tháng (lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình gửi). Các kết quả tính toán làm tròn đến hàng triệu.

a) Nếu mỗi tháng người đó gửi số tiền cố định 3 triệu đồng thì tính đến năm đủ 62 tuổi (sau 528 lần gửi), người đó đã gửi vào ngân hàng số tiền là một tỉ năm trăm tám mươi tư triệu đồng.

b) Nếu mỗi tháng người đó gửi số tiền cố định 3 triệu đồng thì sau đúng một tháng kể từ lần gửi thứ 528, trong tài khoản của người đó có khoảng bảy tỉ, bảy trăm năm mươi ba triệu đồng.

(Sai, khoảng 7 791 560 000 đồng)

c) Nếu mỗi tháng người đó gửi số tiền cố định 2 triệu đồng cho đến năm 62 tuổi thì người đó không gửi nữa. Sau đúng một tháng kể từ lần gửi thứ 528, mỗi tháng người đó rút ra 30 triệu đồng. Đến năm đủ 80 tuổi (sau 216 lần rút), trong tài khoản của người đó còn khoảng ba tỉ năm trăm năm mươi tám triệu đồng.

d) Nếu mỗi tháng người đó gửi số tiền cố định 2 triệu đồng cho đến năm 62 tuổi thì người đó không gửi nữa. Sau đúng một tháng kể từ lần gửi thứ 528, mỗi tháng người đó rút ra 28 805 000. Đến năm tròn 100 tuổi (sau 456 lần rút) thì trong tài khoản của người đó còn chưa đầy một triệu đồng. (Sai, vẫn còn 1428206 đồng)

HD:

a) Nếu mỗi tháng gửi 3000000 thì sau 528 lần, người đó đã gửi $528\times3=1584$ (triệu đồng), đúng.

b) Nếu mỗi tháng gửi 3000000 thì số tiền cả gốc lẫn lãi sau đúng một tháng kể từ lần gửi cuối cùng là

$$T=\frac{A(1+r)\left[(1+r)^n-1\right]}{r}=\frac{3\times1.005\times\left[(1.005)^{528}-1\right]}{0.005}\approx7791560000.$$

c) Nếu mỗi tháng gửi 2000000 thì số tiền cả gốc lẫn lãi sau đúng một tháng kể từ lần gửi cuối cùng là

$$T=\frac{A(1+r)\left[(1+r)^n-1\right]}{r}=\frac{2000000\times1.005\times\left[(1.005)^{528}-1\right]}{0.005}\approx5194373000.$$

Ngay hôm đó đã rút lần 1, vậy số còn lại sau 216 lần rút (30000000 đồng/lần) là

$$S_n=T(1+r)^n-X.\frac{(1+r)^n-1}{r}=5164373000\times1,005^{215}-30000000\times\frac{1,005^{215}-1}{0,005}\approx3558000000\text{ (đúng)}$$

d) Nếu mỗi tháng gửi 2000000 thì số tiền cả gốc lẫn lãi sau đúng một tháng kể từ lần gửi cuối cùng là

$$T=\frac{A(1+r)\left[(1+r)^n-1\right]}{r}=\frac{2000000\times 1.005\times\left[(1.005)^{528}-1\right]}{0.005}\approx 5194373000.$$

Ngay hôm đó đã rút lần 1, vậy số còn lại sau 456 lần rút (28805000 đồng/lần) là

$$S_n=T(1+r)^n-X.\frac{(1+r)^n-1}{r}=(T-28805000)\times 1{,}005^{455}-28805000\times\frac{1{,}005^{455}-1}{0{,}005}\approx 1428000. \text{ (sai)}$$

PHẦN III. Câu hỏi điền đáp số.

Câu 1. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$ là $(a;b]$. Tính $T=50a+1002b$?

Trả lời:…….

Lời giải

Trả lời: 2024

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-5m\}$.

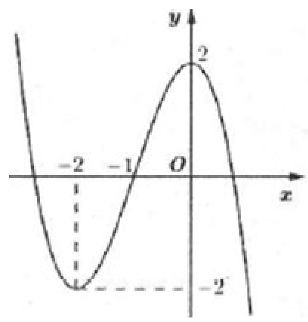
$$y'=\frac{5m-2}{(x+5m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$ khi và chỉ khi $\begin{cases}5m-2>0\\-5m\notin(-\infty;-10)\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m>\frac{2}{5}\\-5m\ge -10\end{cases}\Leftrightarrow\frac{2}{5}<m\le 2.$$

Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$ là $\left(\frac{2}{5};2\right]$. Khi đó $T=50\frac{2}{5}+1002.2=20+2004=2024.$

Câu 2. Cho đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ như hình vẽ bên.



Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $g(x)=\frac{x^2+2x}{f(x)+2}$ là bao nhiêu?

Lời giải:

Dựa vào đồ thị dễ thấy hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có $a\neq 0$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+2x}{f\left(x\right)+2}=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x)$.

Phương trình $f\left(x\right)=-2$ có nghiệm kép $x=-2$ và một nghiệm $x>0$

Phương trình $x^2+2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$ do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x}{f\left(x\right)+2}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 3. Cho hàm số $f\left(x\right)=\left(m-1\right)x^3-5x^2+\left(m+3\right)x+3$ (m là tham số). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f\left(|x|\right)$ có đúng 3 điểm cực trị ?

Lời giải.

Đáp số: Có 4 giá trị thỏa mãn

Ta có: $f'\left(x\right)=3\left(m-1\right)x^2-10x+m+3$

Hàm số $f\left(|x|\right)=\begin{cases}f\left(x\right)\ khi\ x\geq 0\\f\left(-x\right)\ khi\ x<0\end{cases}$ là hàm chẵn nên đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $y=f\left(x\right)$ có đúng một điểm cực trị dương.

TH1: $y=f\left(x\right)$ có đúng 1 cực trị dương khi $y=f\left(x\right)$ là hàm bậc 2 có điểm cực trị dương.

Với $m=1$ ta có $f\left(x\right)=-5x^2+4x+3$ có 1 điểm cực đại là $x=\dfrac{2}{5}>0$ (thỏa mãn).

TH2: $f'\left(x\right)=0$ có nghiệm $x_1=0,x_2>0$

$$f'\left(0\right)=0\Leftrightarrow m+3=0\Leftrightarrow m=-3\Rightarrow f'\left(x\right)=-12x^2-10x \text{ và } x_2=-\frac{5}{6}<0 \text{ (loại).}$$

TH3: $f'\left(x\right)=0$ có hai nghiệm trái dấu

$$\Leftrightarrow\left(m-1\right)\left(m+3\right)<0\Leftrightarrow -3<m<1,\ m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\left\{-2;-1;0\right\}$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 4. Cho các hàm số $f(x)=x^2-4x+6,\quad g(x)=\ln\left(f^2(x)-2f(x)\right)+2f^2(x)-mf(x)-1$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$?

<Key=12.>

Có $g'=\dfrac{2f'.f-2f'}{f^2-2f}+4f'.f-m.f'$. Vì

$f'=2x-4>0\forall x>2\Rightarrow g'>0\Leftrightarrow m<\dfrac{2f-2}{f^2-2f}+4f\forall x\in\left(2;+\infty\right)$.

Đặt

$t=f(x)=(x-2)^2+2>2\forall x\in(2;+\infty)\Rightarrow m<h(t)=\dfrac{2t-2}{t^2-2t}+4t\,\forall t>2.$

$\Rightarrow m\le \min\limits_{(2;+\infty)} h(t)\approx 12,4\Rightarrow m\in\{1;2;3;...;12\}.$

Câu 5. Người ta muốn xây một chiếc bể chứa nước có hình dạng là một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\dfrac{500}{3}m^3$. Biết đáy hồ là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và giá thuê thợ xây là 100.000 đồng/m^2. Khi đó chi phí thuê nhân công thấp nhất là bao nhiêu?

Đáp án: 15,000,000 đồng

Lời giải:

Chi phí xây hồ là 100.000 đồng/m^2 = 0,1 triệu đồng/m^2

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật đáy bể là *x (m)* suy ra chiều dài của hình chữ nhật là *2x (m)*

Gọi *h* là chiều cao của bể nên ta có $V=S.h=2x^2.h=\dfrac{500}{3}\Rightarrow x^2.h=\dfrac{250}{3}\Leftrightarrow h=\dfrac{250}{3x^2}$

Tổng diện tích xung quanh thành và đáy của bể là

$S=2.h.x+2.2h.x+2x^2=2x^2+6.hx=2x^2+6.\dfrac{250}{3x^2}x=2x^2+\dfrac{500}{x}$

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM, ta có

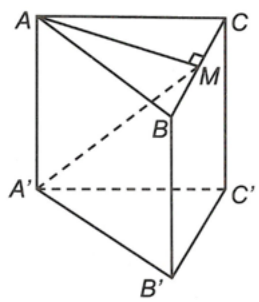
$2x^2+\dfrac{500}{x}=2x^2+\dfrac{250}{x}+\dfrac{250}{x}\ge 3\sqrt[3]{2x^2.\dfrac{250}{x}.\dfrac{250}{x}}=150$

Dấu = xảy ra khi $2x^2=\dfrac{250}{x}\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{125}\Rightarrow$ chi phí thấp nhất thuê nhân công là $150.0{,}1=15$ triệu đồng.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $\mathrm{A}'(\sqrt{3};-1;1)$; hai đỉnh *B, C* thuộc trục *Oz* và $\mathrm{AA}'=1$ (*C* không trùng với *O*). Biết vectơ $\vec{u}=(a;b;2)$ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{A'C}$. Tính $T=a^2+b^2$.

Hướng dẫn giải .

Đáp số: 16



Lấy *M* là trung điểm *BC*.

Khi đó ta có $\begin{cases}\mathrm{AM}\perp\mathrm{BC}\\ \mathrm{AA}'\perp\mathrm{BC}\end{cases}$ nên $\mathrm{BC}\perp\mathrm{A'M}$ tại *M*;

suy ra M là hình chiếu của $\mathrm{A'}$ trên trục Oz $\Rightarrow \mathrm{M}(0;0;1)$ và $\mathrm{A'M}=2$.

Mặt khác $\mathrm{AM}=\sqrt{\mathrm{A'M}^2-\mathrm{AA'}^2}=\sqrt{3}$.

Lại có ΔABC đều nên $\mathrm{AM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{BC}=\sqrt{3} \Rightarrow \mathrm{BC}=2 \Rightarrow \mathrm{MC}=1$.

Gọi $\mathrm{C}(0;0;\mathrm{c}),\mathrm{c}\neq 0$ suy ra $\mathrm{MC}=|\mathrm{c}-1|$.

$\mathrm{MC}=1 \Leftrightarrow |\mathrm{c}-1|=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\mathrm{c}=0\\ \mathrm{c}=2\end{array}\right.$ (loại $\mathrm{c}=0$) $\Rightarrow \mathrm{C}(0;0;2)$.

Ta có $\overrightarrow{\mathrm{A'C}}=\left(-\sqrt{3};1;1\right)$ và $\vec{u}=(a;b;2)$ cùng phương nên $\dfrac{a}{-\sqrt{3}}=\dfrac{b}{1}=\dfrac{2}{1}\Rightarrow \begin{cases} b=2\\ a=-2\sqrt{3}\end{cases}$

Vậy $a=-2\sqrt{3};b=2.$ Suy ra $T=a^2+b^2=16.$

Câu 7. Có bao nhiêu số nguyên a, sao cho ứng với mỗi số a tồn tại ít nhất 4 số nguyên $b\in(-12;12)$ thỏa mãn $4^{a^4+b}\le 3^{a^3+b}+256$?
<Key=3>

$4^{a^4+b}\le 3^{a^3+b}+256 \Leftrightarrow 4^{a^4}\le 3^{a^3}.\left(\dfrac{3}{4}\right)^b+256.\left(\dfrac{1}{4}\right)^b$

Xét $f(b)=3^{a^3}.\left(\dfrac{3}{4}\right)^b+256.\left(\dfrac{1}{4}\right)^b$ là hàm số nghịch biến, nên bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi $f(-8)\ge 4^{a^4}$. Dùng mtct suy ra $a\in\{-1;0;1\}$.

Câu 8. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm
$A(-1;1;6);B(-3;-2;-4);C(1;2;-1)D(2;-2;0)$. Gọi $M(a;b;c)$ làm điểm thuộc đường thẳng CD sao cho tam giác ABM có chu vi nhỏ nhất. Tính $\mathrm{S}=\mathrm{a}+\mathrm{b}+\mathrm{c}$.

Đáp số: 1

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{CD}(1;-4;1)$. Vì M thuộc đường thẳng CD nên $\overrightarrow{DM}=t.\overrightarrow{CD}: \Leftrightarrow \begin{cases} a=2+t\\ b=-2-4t.\\ c=t\end{cases}$

nên $M(2+t;-2-4t;t)$.

Chu vi tam giác MAB là: $P=AB+MA+MB$ Vì A,B cố định nên AB không đổi.

Ta có: $P=AB+\sqrt{(t+3)^2+(4t+3)^2+(t-6)^2}+\sqrt{(t+5)^2+(4t)^2+(t+4)^2}$

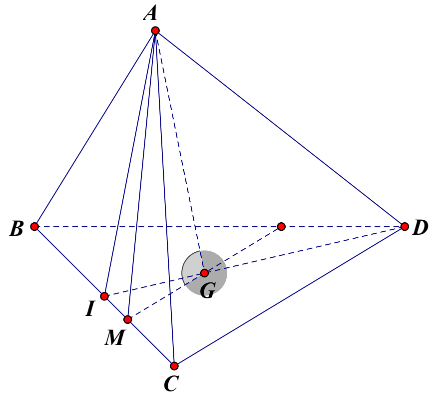
$$=\sqrt{18t^2+18t+54}+\sqrt{18t^2+18t+41}=\sqrt{18\left(t+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{99}{2}}+\sqrt{18\left(t+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{73}{2}}\ge\sqrt{\frac{99}{2}}+\sqrt{\frac{73}{2}}$$

Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow M\left(\dfrac{3}{2};0;-\dfrac{1}{2}\right)\Rightarrow S=\dfrac{3}{2}+0-\dfrac{1}{2}=1$.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$ **có** $AB = AC = AD = 1$**;** $\widehat{BAC} = 60°$**;** $\widehat{BAD} = 90°$**;** $\widehat{DAC} = 120°$. Tính côsin của góc tạo bởi hai đường thẳng AG và CD, trong đó G là trọng tâm tam giác BCD (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Lời giải.

Đáp số: 0,17



- ΔABC đều $\Rightarrow BC = 1$. * ΔACD cân tại A có $CD = \sqrt{AC^2 + AD^2 - 2AC.AD.\cos 120°} = \sqrt{3}$.

- ΔABD vuông cân tại A có $BD = \sqrt{2}$; * ΔBCD có $CD^2 = BC^2 + BD^2 \Rightarrow \Delta BCD$ vuông tại B.

Dựng đường thẳng d qua G và song song CD, cắt BC tại M.

Ta có $MG // CD \Rightarrow (AG, CD) = (AG, MG)$.

Gọi I là trung điểm của BC, xét ΔBDI vuông tại B có $DI = \sqrt{BD^2 + BI^2} = \sqrt{2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}$.

Ta có $\frac{IM}{IC} = \frac{MG}{CD} = \frac{IG}{ID} = \frac{1}{3} \Rightarrow IM = \frac{1}{3}.IC = \frac{1}{3}.\frac{BC}{2} = \frac{1}{6}$; $MG = \frac{1}{3}.CD = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $IG = \frac{1}{3}.ID = \frac{1}{2}$.

Xét ΔAIM vuông tại I có $AM = \sqrt{AI^2 + IM^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

$$\cos\widehat{AID} = \frac{AI^2 + ID^2 - AD^2}{2AI.ID} = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 1^2}{2.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{3}{2}} = \frac{4\sqrt{3}}{9}$$

$$AG = \sqrt{AI^2 + IG^2 - 2AI.IG.\cos\widehat{AID}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}.\frac{4\sqrt{3}}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Xét ΔAMG có $\cos(AG, MG) = \left|\cos\widehat{AGM}\right|$

$$=\left|\frac{AG^2+GM^2-AM^2}{2.AG.GM}\right|=\left|\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2}{2.\frac{\sqrt{3}}{3}.\frac{\sqrt{3}}{3}}\right|=\frac{1}{6}\approx 0,16666.$$

Câu 10. Một đoàn tình nguyện đến một trường tiểu học miền núi để trao tặng cho 100 em học sinh nghèo học giỏi. Đoàn tình nguyện có 70 chiếc áo mùa đông, 90 thùng sữa tươi và 40 chiếc cặp sách được chia thành 100 suất quà (mỗi suất quà gồm 2 món quà: một chiếc áo và một thùng sữa tươi hoặc một chiếc áo và một cặp sách, hoặc một thùng sữa tươi và một cặp sách). Tất cả các suất quà đều có giá trị tương đương nhau. Trong số các em được nhận quà có hai em Việt và Nam. Gọi P là xác suất để hai em Việt và Nam nhận được suất quà giống nhau. Tính $11000P$?

Trả lời:…….

Lời giải

Trả lời: 5000.

Gọi x là số bạn học sinh nhận quà là 1 chiếc áo mùa đông và 1 thùng sữa tươi.
Gọi y là số bạn học sinh nhận quà là 1 chiếc áo mùa đông và 1 chiếc cặp sách.
Gọi z là số bạn học sinh nhận quà là 1 thùng sữa và 1 chiếc cặp sách.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=70 \\ x+z=90 \\ y+z=40 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=60 \\ y=10 \\ z=30 \end{cases}.$

Không gian mẫu Ω là: “ Chọn 2 suất quà trong 100 suất quà ” $\Rightarrow n(\Omega)=C_{100}^2$.

Biến cố A là: “Bạn Việt và Nam nhận được phần quà giống nhau”$\Rightarrow n(A)=C_{60}^2+C_{30}^2+C_{10}^2$.

Xác suất xảy ra biến cố A là: $P=P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{5}{11}\Rightarrow 11000P=5000.$

BẢNG MÔ TẢ MA TRẬN CHI TIẾT

Môn: TOÁN

Phần I. 15 câu: 5NB -5TH-5VD: **Tổng 15x0,6=9 điểm**

Phần II. 5 câu: 3 câu: 3TH+ 1VD

2 câu: 2TH+ 2VD

Tổng: 5x1,0=5 điểm

Phần III. 10 câu: 4 câu VD

6 câu VDC **Tổng: 10x0,6=6 điểm**

Lớp 10: phần 1: 2 câu +

phần 3: 1 câu **Tổng 1,8 điểm**

Lớp 11: phần 1: 3 câu =1,8

Phần 2: 1câu =1,0

phần 3: 2 câu =1,2 **Tổng 4,0 điểm**

Câu	**Vùng kiến thức**	**Cấp độ tư duy**			
		Nhận biết	**Thông hiểu**	**Vận dụng thấp**	**Vận dụng cao**
Phần I (3,0 điểm)					
Câu 1	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Hàm bậc ba đồng biến -nghịch biến	x			
Câu 2	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Hàm bậc b1/b1 đồng biến -nghịch biến	x			
Câu 3	VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN Toạ độ điểm	x			
Câu 4	Giới hạn dãy số, giới hạn hàm số. Hàm số liên tục (lớp 11)	x			
Câu 5	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Cực trị hàm bậc 3	x			
Câu 6	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Cực trị b2/b1		x		
Câu 7	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Tiệm cận b1/b1		x		
Câu 8	VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN Toạ độ vectơ		x		
Câu 9	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ GTLN -GTNN dễ		x		
Câu 10	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Đồ thị		x		
Câu 11	VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN Toạ độ điểm. Toạ độ vectơ Mức VD			x	
Câu 12	Hệ thức lượng trong tam giác (lớp 10)			x	
Câu 13	Khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (lớp 11)			x	
Câu 14	Các quy tắc tính xác suất(lớp 11)			x	
Câu 15	Tập hợp			x	

Phần II (4,0 điểm)					
Câu 1a	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Hàm bậc ba		x		
Câu 1b	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Hàm bậc ba		x		
Câu 1c	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Hàm bậc ba		x		
Câu 1d	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Hàm bậc ba			x	
Câu 2a	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Hàm bậc 1/ bậc 1		x		
Câu 2b	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Hàm bậc 1/ bậc 1		x		
Câu 2c	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Hàm bậc 1/ bậc 1		x		
Câu 2d	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Hàm bậc 1/ bậc 1			x	
Câu 3a	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Hàm bậc 2/ bậc 1		x		
Câu 3b	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Hàm bậc 2/ bậc 1		x		
Câu 3c	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Hàm bậc 2/ bậc 1			x	
Câu 3d	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Hàm bậc 2/ bậc 1			x	
Câu 4a	VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN		x		
Câu 4b	VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN		x		
Câu 4c	VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN		x		
Câu 4d	VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN			x	
Câu 5a	DÃY SỐ. CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN		x		
Câu 5b	DÃY SỐ. CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN		x		
Câu 5c	DÃY SỐ. CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN			x	
Câu 5d	DÃY SỐ. CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN			x	
Phần III (3,0 điểm)					
Câu 1	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Tham số dễ			x	

Câu 2	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Số Tiệm cận			x	
Câu 3	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Hàm chứa giá trị tuyệt đối				x
Câu 4	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Hàm hợp				x
Câu 5	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ Bài toán thực tế GTLN GTNN				x
Câu 6	VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN Toạ độ của điểm. Tích vô hướng			x	
Câu 7	HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT (lớp 11)			x	
Câu 8	VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN GTLN _GTNN biểu thức toạ độ				x
Câu 9	QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN (lớp 11)				x
Câu 10	Xác suất (lớp 10)				x